



С. К. Кыдыралиев, А. Б. Урдалетова, Г. М. Дайырбекова

МАТЕМАТИКА

Учебник для 5 класса
школ с русским языком обучения

*Допущено Министерством образования и науки
Кыргызской Республики*

Бишкек
2018

УДК 373.167.1
ББК 22.1 я721
К 97

Эксперт: *д. пед. н., профессор Е. Е. Син*
Консультанты: *Г. Н. Лебедева, О. Т. Садыкова*

Кыдыралиев С. К. и др.

К–97 Математика: Учебник для 5 кл. шк. с рус. яз. обучения / С. К. Кыдыралиев, А. Б. Урдалетова, Г. М. Дайырбекова – Б.: Аркус, 2018. – 288 с., илл.

ISBN 978–9967–31–843–4

Учебник соответствует принятому предметному стандарту и программе по математике для 5 класса школ с русским языком обучения. Ориентирован на развитие творческих способностей и мышления учащихся. Особенностью предлагаемого учебника является большое количество текстовых задач, примеров и упражнений на развитие логического мышления.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ



– Самостоятельная работа



– Исследовательская работа



– Итоги



– Домашнее задание

К 4306020500–18

УДК 373.167.1
ББК 22.1 я721

ISBN 978–9967–31–843–4

© Кыдыралиев С. К., Урдалетова А. Б., Дайырбекова Г. М., 2018
© Министерство образования и науки КР, 2018

От авторов

Вы приступаете к изучению математики в 5 классе. Вы уже довольно много знаете, ещё больше вам предстоит узнать. Когда мы готовили для вас эту книгу, то хотели добиться того, чтобы она была и полезной, и интересной.

Для этого основное внимание уделено решению задач с целью научить использовать математику при решении жизненных вопросов.

Как построена книга

Книга разбита на параграфы, параграфы – на пункты. Каждый пункт обозначен двумя числами, первое из которых – это номер параграфа, которому принадлежит данный пункт, второе – номер пункта внутри параграфа.

Каждая новая ситуация описывается отдельным пунктом и, как правило, иллюстрируется задачей, которая приведена с подробным решением.

Сразу же за задачей следуют упражнения, которые решаются так же, как и задача.

Упражнения, обозначенные «домиком», рекомендуется выполнять дома. Кроме упражнений, следующих за задачами, в конце каждого параграфа приведено ещё некоторое количество упражнений – итоговых заданий. Они иллюстрируют материал всего параграфа и обозначены «птичкой».

Ко всем упражнениям в конце книги приведены ответы.

Заканчивается книга материалами для самостоятельной работы. «Задачи на внимание, логику и сообразительность» можно изучать в течение учебного года, а также на каникулах. Очень интересны параграфы «Волшебная таблица», «Криптография».

Не верьте тем, кто говорит, что математика – скучная наука, что математика – это только формулы, формулы... формулы. В первую очередь нам бы хотелось, чтобы в процессе изучения математики вы научились мыслить, чтобы наши ученики не терялись на уроке, когда учитель предлагает им новый тип задачи.

Некоторым кажется, что математика – это только задачи типа «Найти число, которое при делении на 4 и 5 даёт остаток 1 и нацело делится на 7».

Математику можно изучать весело, используя интересные формулировки. Так, вышеприведённую задачу можно сформулировать следующим образом:

Ученики решили провести математический конкурс. Сначала они разделились на команды по 4 человека. При этом вне команд остался 1 ученик. Поэтому они решили составить команды из 5 человек, – но и в этом случае вне команд остался 1 ученик. И только когда они составили команды,

состоящие из 7 человек, получилось несколько полных команд. Сколько учеников собирались принять участие в конкурсе?

Также будет интересно призвать на помощь персонажей, знакомых с детства:

Апенди узнал, что ростовщик за долги забрал у бедной вдовы последнюю корову, и решил его наказать.

Сидит как-то вечером ростовщик у окна и слышит, как проходящий Апенди говорит: «Господи, пошли мне сто золотых монет. Если будет меньше, я не возьму».

Ростовщику стало интересно. Он положил в мешочек динары и выбросил на улицу, под ноги Апенди. Апенди поднял мешочек, пересчитал динары и сказал: «Спасибо тебе, Господи! Ты выполнил мою просьбу. Динары и шёлковый мешочек, который стоит несколько дирхемов, составляют ровно сто золотых».

После этого Апенди быстро удалился, а изумлённый ростовщик остался сидеть у окна с разинутым ртом.

Определите, сколько динаров было в мешочке, если известно, что за один динар давали 7 золотых монет, а за один дирхем давали 4 золотые монеты.

Если вы немного подумаете, то найдёте правильный ответ.

Настоящая математика не только полезна, но и интересна.

Мы постарались сделать так, чтобы книгой было удобно пользоваться и во время занятий в классе, и при самостоятельном изучении. Поэтому не ждите, когда вам всё расскажет ваш учитель или задачу решат у доски. Старайтесь решать задачи самостоятельно. Почаще вспоминайте утверждение: «Лучше один раз увидеть, чем десять раз услышать. Полезнее один раз сделать самому, чем десять раз увидеть, как это делают другие».

$t = S : v$ $2x + 3y$
 $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$
 $A = Pt$
 $\frac{1}{3}$
 $\frac{1}{3}$
 $\frac{1}{3}$

§ 1. Задачи на повторение программы начальной школы

Математика есть, главным образом, точное суждение.

*Константин Эдуардович Циолковский,
основоположник космонавтики*

Начнём эту книгу с разминки после каникул – задач, которые вы можете решить, немного поразмыслив. Если какие-то из этих задач не получились – не беда: отложите и попробуйте вернуться к ним позже.

I. На каждый вопрос дайте один из ответов: ДА, НЕТ или НЕ ЗНАЮ.

1. Верно ли решены примеры?

- 1) $517 + 346 = 863$
- 2) $589 \cdot 11 - 715 = 5764$
- 3) $17 + 3 \cdot 2 = 40$
- 4) $42 \cdot 67 + 72 : 3 = 2836$
- 5) $(3467 \cdot 4592 - 678 \cdot 997) \cdot 0 = 23\ 567$
- 6) $(121 : 11 - 99 : 11) \cdot 5 = 10$

2. Верны ли утверждения?

- 1) Сантиметр в 10 раз больше миллиметра.
- 2) Грамм в 100 раз меньше килограмма.
- 3) В 6 минутах 340 секунд.
- 4) 4020 метров – это 4 километра и ещё 20 метров.
- 5) 340 кг – это 3 тонны и ещё 40 килограммов.
- 6) 121 кг – это 1 центнер и ещё 21 кг.

3. В саду посадили 36 кустов малины, по 9 кустов в каждом ряду, а смородины – на один ряд больше и по 11 кустов в каждом ряду. Верны ли утверждения?

- 1) Всего посажено 5 рядов смородины.
- 2) Всего посажен 81 куст.

4. Айдай за 3 порции мороженого по 15 сомов 50 тыйынов подала продавцу 50 сомов. Верны ли утверждения?

- 1) Стоимость покупки 47 сомов 50 тыйынов.
- 2) Она получит сдачу 3 сома 50 тыйынов.



5. Верны ли утверждения?

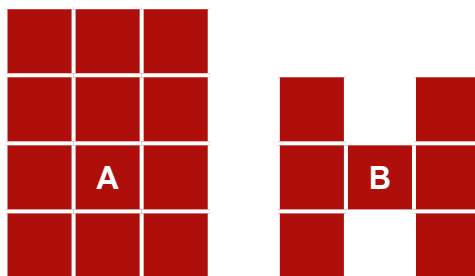
- 1) $7515 : 5 - 999 = 514$
- 2) В равенстве $7515 : 5 - 999 = 504$ число 1503 называется уменьшаемым.

6. Кате 11 лет. Она в 7 раз младше бабушки и на 29 лет младше мамы. Верны ли утверждения?

- 1) Бабушке 77 лет.
- 2) Бабушка старше мамы на 35 лет.

7. Сторона клетки на рисунке равна 1. Верны ли утверждения?

- 1) Площадь фигуры *A* на 6 единиц больше площади фигуры *B*.
- 2) Периметр фигуры *A* на 2 единицы меньше периметра фигуры *B*.



8. Шмель летит со скоростью 18 км/час. Верны ли утверждения?

- 1) За 10 минут шмель пролетает 3 км.
- 2) Шмель пролетает 10 метров за 2 секунды.

9. В магазин привезли розы и кактусы, всего 120 растений в горшках. Оказалось, что роз в два раза больше. Верны ли утверждения?

- 1) Кактусы составляют третью часть всех растений.
- 2) В магазин привезли 90 роз.



10. В корзине лежат яблоки, груши и персики, всего 55 фруктов. Груш на 7 больше, чем персиков, а яблок на 3 меньше, чем груш и персиков вместе. Верны ли утверждения?

- 1) В корзине 20 груш.
- 2) Яблок в корзине в 2 раза больше, чем персиков.

11. Дно бассейна, имеющего форму прямоугольника со сторонами 5 м и 10 м, выложено квадратными плитками со стороной 50 см. Верны ли утверждения?

- 1) Если глубина бассейна 2 м, то его объем равен 100 куб. м.
- 2) На дно бассейна израсходовано 200 плиток.

12. Гульзина купила n ручек и 25 тетрадей. Ручка стоит 15 сомов, тетрадь – 5 сомов. Верны ли утверждения?

- 1) Если продавцу ручек Гульзина отдала 200 сомов и получила сдачу, то она купила меньше 14 ручек.
- 2) Все ручки и карандаши вместе стоят $15n + 5 \cdot 25$ сомов.

II. В каждом задании выберите один из предложенных ответов.

13. Сначала к числу 9 прибавили 3, потом результат разделили на 4 и вычли 2. Как можно записать выполненные действия?

- 1) $9 + 3 : 4 - 2$ 3) $(9 + 3) : (4 - 2)$ 5) $(9 + 3) : 4 - 2$
 2) $(9 + 3 : 4) - 2$ 4) $9 + (3 : 4 - 2)$

14. В прятки играют 9 ребят, один из них водит. Водящий уже нашёл 6 ребят. Сколько ещё ребят ему надо найти?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 6

15. Перизат сложила свой возраст и возраст сестры – у неё получилось 52. Какой будет сумма их возрастов через год?

- 1) 51 2) 52 3) 53 4) 54 5) 56

16. В большом ящике лежат четыре ящика поменьше, а в каждом из этих ящиков лежат ещё по четыре ящика. Сколько всего ящиков?

- 1) 17 2) 25 3) 21 4) 14 5) 16

17. Тамара купила воздушные шарики и разделила их поровну между Темиром, Данияром и Канышай. Темиру достались шарики трёх разных цветов, по два шарика каждого цвета. Сколько всего шариков купила Тамара?

- 1) 18 2) 21 3) 17 4) 12 5) 15

18. Значки на рисунке обозначают цифры (одинаковыми значками обозначены одинаковые цифры). Какую цифру обозначает знак ▼?

▲ + ► = 5; ► + ► = 6; ► + ◄ = 7; ▲ + ◄ = ▼.

- 1) 8 2) 2 3) 1 4) 5 5) 6

19. Альбина расставила значки пяти видов так, что в каждой строке и каждом столбце оказались разные значки. Потом пришёл Рашид и поменял два значка местами. Значки из каких клеток поменяли?

	a	b	c	d	e
1	◇	▼	►	▲	◄
2	►	◇	◄	►	▲
3	▼	◄	▲	◇	►
4	▲	▼	▼	◄	◇
5	◄	▲	◇	►	▼

- 1) 4b и 1c 2) 4c и 2e 3) 2d и 4c 4) 1b и 2d 5) 4b и 2d

20. Четырьмя цифрами: 0, 1, 2 и 1 – записан 2011-й год. Сколько ещё раз после этого год будет записываться теми же четырьмя цифрами?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 6



21. Электронные часы показывают часы и минуты, например, 15:17 (15 часов 17 минут). Маленькой Дание очень нравится цифра 0, и она ждёт, когда эта цифра появится на часах. Чему равен самый большой промежуток времени, когда Дания может любоваться цифрой 0 без перерыва?

- 1) 100 мин 2) 90 мин 3) 80 мин 4) 70 мин 5) 60 мин

22. На столе лежит много карточек, на каждой из них написано одно из чисел: 3, 13 или 31. Какое самое маленькое количество карточек нужно взять, чтобы сумма всех чисел на них была равна 135?

- 1) 8 2) 15 3) 7 4) 45 5) 6

23. Четыре воздушных шарика стоят на 15 сомов больше, чем один шарик. Сколько сомов стоит один шарик?

- 1) 8 2) 5 3) 7 4) 4 5) 6

24. В Лесной школе учатся 4 лисёнка, 4 утёнка, 3 гусёнка и несколько зайчат. Когда учитель пересчитал лапы своих учеников, то получилось 54. Сколько зайчат учатся в школе?

- 1) 8 2) 5 3) 7 4) 4 5) 6

25. К четырёхзначному числу, сумма цифр которого равна 3, прибавили двузначное и снова получили четырёхзначное число, сумма цифр которого равна 3. Какое число не может получиться таким образом?

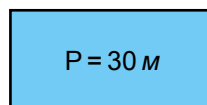
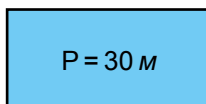
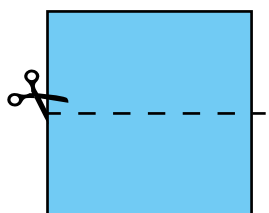
- 1) 2100 2) 2010 3) 1200 4) 1020 5) 1110

26. Из города А в город В вышли Садык и Толя. В это же время навстречу им из города В вышла Олеся. Через 2 часа Олеся встретила Садыка, ещё через час – Толю, а ещё через 3 часа она пришла в город А. Во сколько раз быстрее Толи шёл Садык?

- 1) 2 2) 3 3) 4 4) 5 5) 6

27. Квадрат разрезали на 2 одинаковых прямоугольника с периметрами, равными 30 м. Чему был равен периметр квадрата?

- 1) 20 2) 30 3) 40 4) 50 5) 60



28. В салоне самолёта ряды сидений имеют номера от 1 до 25, но номер 13 пропущен. В пятнадцатом ряду, где находится аварийный выход, 4 места, а во всех остальных рядах по 6 мест. Сколько всего пассажирских мест в самолёте?

- 1) 120 2) 155 3) 140 4) 128 5) 142

29. В войске 6060 человек. На 10 солдат приходится один сержант, на 5 сержантов – 1 офицер, на 9 офицеров – 1 генерал. Сколько в войске солдат?

- 1) 1200 2) 5555 3) 5400 4) 5805 5) 5425

30. На дне рождения было 14 детей таких возрастов: 7, 8, 9, 10 и 11 лет. Пятерым было по 10 лет, а больше всего среди гостей было одиннадцати-летних. Найдите общий возраст этих 14 детей.

- 1) 140 2) 142 3) 135 4) 138 5) 143

§ 2. Множества



Во многих вопросах приходится рассматривать некоторую совокупность элементов как единое целое. Говорят о команде по футболу, танцевальном ансамбле, музыкальном оркестре, букете цветов, отаре овец, табуне лошадей и т. д. Для математического описания таких совокупностей и было введено понятие множества. Как говорил один из создателей теории множеств, немецкий математик Георг Кантор (1845–1918), «множество есть многое, мыслимое нами как единое». Наша цель – систематизировать, привести в порядок наши знания о множествах.

2.1. Понятие множества

Представьте себе, что вы находитесь на уроке математики в 5 «А» классе одной из бишкекских школ.

Сегодня мы будем говорить о множествах. Так же, как и точка, прямая линия и т. п., множество является одним из основных понятий современной математики, используемых почти во всех её разделах.

Давайте рассмотрим множество учащихся нашего 5 «А» класса. Оно состоит из 25 элементов. Чтобы записать это на математическом языке, обозначим это множество буквой A .

Тогда $A = \{\text{Аида...}, \text{Мария...}, \text{Руслан...}, \text{Эмиль}\}$. Нужно перечислить все имена. При этом, так как у нас 3 Венеры, если мы напишем это имя один раз, то они обидятся. Можно написать три раза, но при этом каждый раз будет непонятно, о ком идёт речь. Поэтому нужно использовать дополнительные значки, например, первые буквы их фамилий. Если и они совпадают, то что-нибудь ещё.

Так же, как и мы, математики договорились о том, что при перечислении элементов множества каждый элемент будет обозначаться своим знаком, повторение не допускается, порядок расположения элементов не важен. Множества обычно обозначаются заглавными буквами латинского алфавита. При необходимости для обозначения множеств к заглавным буквам латинского алфавита будем добавлять цифры.

Выписывать все имена – долгая и нудная работа. Поэтому для определения множеств часто достаточно ограничиться словесным или символьным описанием их элементов. В нашем случае мы можем написать $A = \{\text{Учащиеся 5 «А» класса}\}$. Как вы уже, наверное, заметили, для записи множеств используются фигурные скобки.



31. Опишите множество членов вашей семьи.



32. Перечислите элементы множества, состоящего из ваших ближайших друзей.

Множества, состоящие из одинаковых элементов, являются одинаковыми вне зависимости от порядка следования элементов. Например, если $E = \{7; 3; 8\}$, $K = \{3; 8; 7\}$, $Q = \{8; 7; 3\}$, $A = \{8; 3; 7\}$, $P = \{7; 8; 3\}$, $C = \{3; 7; 8\}$, то $E = K = Q = A = P = C$.

Задача

Запишите множество букв, которые используются для записи слова КЫРГЫЗСТАН.

Решение

Выполнение задания начнём с того, что откроем фигурные скобки. Далее впишем туда буквы К, Ы, Р и Г: {К, Ы, Р, Г}. Следующая буква Ы. Но эта буква уже стоит внутри скобок. А как уже было сказано, один элемент записывается только один раз. Поэтому далее записываем буквы З, С, Т, А, Н.

В результате получаем: {К, Ы, Р, Г, З, С, Т, А, Н}.

33. Укажите одинаковые множества:

$$A1 = \{1; 2; 4\};$$

$$A2 = \{\text{Две страны с самым большим населением}\};$$

$$A3 = \{10; 71; 2; 9\};$$

$$A4 = \{10; 2; 71; 9\};$$

$$A5 = \{4; 1; 2\};$$

$$A6 = \{\text{Байкал; Танганьика; Каспийское море; Ньяса; Иссык-Куль}\};$$

$$A7 = \{2; 10; 71; 9\};$$

$$A8 = \{\text{Индия; Китай}\};$$

$$A9 = \{\text{Пять самых глубоких озёр}\};$$

$$A10 = \{\text{Две азиатские страны с самой большой территорией}\}.$$

34. Запишите множество букв, которые используются для записи слова:

а) ОШ; б) БАТКЕН; в) НАРЫН; д) ТАЛАС; е) БИШКЕК; ф) КАРАКОЛ;

г) ДЖАЛАЛ-АБАД; х) ТОКМОК.



35. Укажите одинаковые множества:

$$B1 = \{15; 21; 4; 7\};$$

$$B2 = \{\text{Тихий, Атлантический, Индийский, Северный Ледовитый}\};$$

$$B3 = \{21; 7; 15; 4\};$$

$$B4 = \{4; 21; 7; 15\};$$

$$B5 = \{4; 15; 7\};$$

$$B6 = \{\text{Все буквы русского алфавита, н, ө, ү}\};$$

$$B7 = \{12; 15; 7; 4\};$$

$$B8 = \{\text{Океаны}\};$$

$$B9 = \{\text{Все буквы кыргызского алфавита}\}.$$



36. Запишите множество букв, которые используются для записи слова:
а) КАРАМОЛДО; б) САЯКБАЙ; в) САГЫМБАЙ; г) МОЛДОБАСАН.



37. Составьте и решите упражнение, используя буквы, входящие в название вашего населённого пункта.

2.2. Подмножества. Дополнение множеств

Обозначение $Индир\alpha \in A$ означает, что Индира – ученица 5 «А» класса, или, другими словами, Индира – элемент множества A . (Знак принадлежности \in можно трактовать следующим образом: если Индира одна, то ей скучно, грустно, иногда страшно. Поэтому она стремится быть в множестве A , тянется к нему сразу тремя линиями.)

То, что Марат не учится в 5 «А» классе, будет выражено обозначением $Марат \notin A$.

Каждое множество содержит подмножества. Множество B является подмножеством множества A , если все элементы B являются элементами A .

Обозначим множество девочек 5 «А» класса буквой D . Оно является подмножеством учащихся 5 «А» класса. На языке математических символов указанный факт выглядит следующим образом: $D \subset A$.

Примечание

Вы уже, наверное, обратили внимание на то, что знак \subset похож на знаки $<$ и \leq . Его смысл также очень похож. Так же, как запись $5 < 7$ означает, что число 7 больше, чем 5, запись $D \subset A$ означает, что множество A «больше» – шире, чем множество D .

Мы знаем, что выражение $5 < 7$ можно записать в виде $7 > 5$. Точно так же выражение $D \subset A$ можно записывать в виде $A \supset D$.

При изучении множества и его подмножеств исходное множество называют **универсальным** (от слова *universe* – мир, вселенная) и обозначают U .

Например, если изучается успеваемость в школе № 2, то элементами универсального множества являются все учащиеся этой школы.

Если речь идёт о составляющих радуги, то элементами универсального множества будут *красный, оранжевый, жёлтый, зелёный, голубой, синий и фиолетовый* цвета.

Пусть G – подмножество U . Тогда подмножество U , которое содержит все элементы U , не принадлежащие G , называется **дополнением** G и обозначается \bar{G} .

Так, если G – это 56 государств, столицы которых знает Гульнара, то \bar{G} будет состоять из 141 элементов – государств, столицы которых Гульнара не знает.

Справка. В 2018 году во всём мире было 197 государств.

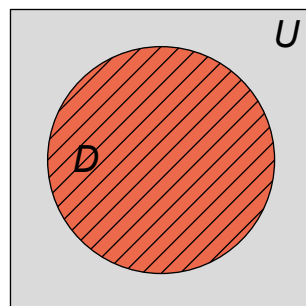
Понятно, что множество мальчиков 5 «А» класса также является подмножеством A . Его также можно обозначить какой-нибудь буквой, а можно обойтись и имеющимися, прибегнув к помощи чёрточки над буквой. Запись \bar{D} понимается как множество элементов множества A , которые не относятся к множеству D , то есть множество мальчиков 5 «А» класса. Надеемся, что мальчики, как настоящие джентльмены, не обиделись на то, что для обозначения их множества не выделена отдельная буква.



Очень часто наглядное представление с помощью рисунков, графиков, схем помогает прояснить ситуацию.

Для представления множеств используют диаграммы Эйлера-Венна.

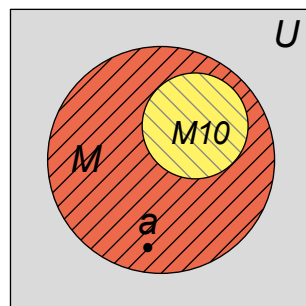
Для этого самое большое множество (в нашем случае это множество учащихся нашего 5 «А» класса) обозначают прямоугольником и обозначают буквой U . Подмножества обозначаются кругами внутри этого прямоугольника. В нашем случае девочки 5 «А» класса обозначены кругом D . Всё, что не относится к кругу D , – это мальчики 5 «А» класса.



В множестве A можно выделить ещё много подмножеств. Например, подмножество M – множество учащихся, живущих в микрорайонах.

Это множество, в свою очередь, имеет свои подмножества: $M9$ – тех, кто живёт в 9-м микрорайоне; $M10$ – тех, кто живёт в 10-м микрорайоне и т. д.

Если точкой a обозначена Мээрим, диаграмма Эйлера-Венна говорит нам, что Мээрим живёт в микрорайоне, но не в десятом. Кстати, в 10-м микрорайоне живёт только Эмиль. Поэтому, $M10$ – это множество, состоящее из одного элемента: $M10 = \{\text{Эмиль}\}$.



А в 11-м микрорайоне нет учеников нашего класса. В таких случаях мы имеем дело с пустым множеством. Этот факт записывается следующим образом: $M11 = \emptyset$.

Задача

Пусть $S = \{1; 3; 5; 6; 7; 9\}$. Верно или неверно следующее утверждение:

- a) $8 \in S$; d) $\{2; 9\} \subset S$; g) $4 \in \bar{S}$;
b) $1 \in S$; e) $\{17; 9\} \subset S$; h) $\{5; 17\} \subset \bar{S}$;
c) $\{7; 9\} \in S$; f) $\{7; 9; 3\} = \{3; 9; 7\}$; i) $\{44; 9\} \subset \{44; 5; 9\}$?

Решение

a) Неверно, потому что число 8 не является элементом множества S .

b) Верно, потому что число 1 является элементом множества S .

c) Неверно, потому что знак \in показывает, что элемент принадлежит множеству. В данном случае $\{7; 9\}$ является подмножеством, а не элементом множества S . Утверждение станет верным, если знак \in поменять на знак \subset : $\{7; 9\} \subset S$.

d) Неверно, потому что множество $\{2; 9\}$ не является подмножеством S .

e) Неверно, потому что множество $\{17; 9\}$ не является подмножеством S .

f) Верно, потому что множества $\{7; 9; 3\}$ и $\{3; 9; 7\}$ различаются только порядком записи элементов.

g) Верно, потому что число 4 не является элементом множества S , соответственно, элементом множества чисел, не принадлежащих S .

h) Неверно, потому что один из элементов множества $\{5; 17\}$ принадлежит S .

i) Верно, потому что все элементы множества $\{44; 9\}$ являются элементами множества $\{44; 9; 5\}$.

38. Верно или неверно следующее утверждение:

- a) Множество людей на Марсе = \emptyset ;
b) Марина \in {Марина};
c) Кит \in {Рыбы};
d) Нью-Йорк \in {столицы стран}?

39. Пусть $S = \{2; 15; 4; 8; 9\}$. Верно или неверно следующее утверждение:

- a) $5 \in S$; e) $\{2; 9\} \subset \{2; 9\}$;
b) $8 \in S$; f) $\{2; 9; 7\} \subset S$;
c) $\{2; 9\} \in S$; g) $4 \in \bar{S}$;
d) $\{2; 9\} \subset S$; h) $\{5; 17\} \subset \bar{S}$?



40. Верно или неверно следующее утверждение:

- a) Множество людей в космосе = \emptyset ;
b) Дайан \in {Дайан, Аиканыш, Марина};
c) Акула \in {Рыбы};
d) Бразилиа \in {Столицы стран};
e) Бразилия \in {Страны};
f) Аиканыш \subset {Дайан, Аиканыш, Марина}?

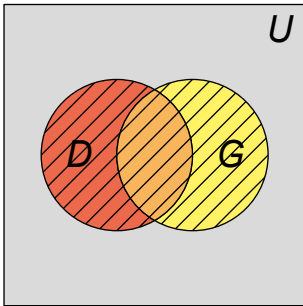


41. Пусть $S = \{27; 5; 44; 81; 9\}$. Верно или неверно следующее утверждение:

- | | | |
|------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|
| a) $8 \in S$; | d) $\{2; 9\} \subset S$; | g) $4 \in \bar{S}$; |
| b) $81 \in S$; | e) $\{27; 9\} \subset S$; | h) $\{5; 7\} \subset \bar{S}$; |
| c) $\{27; 9\} \in S$; | f) $\{27; 9; 44\} \subset S$; | i) $\{44; 9\} \subset \{44; 9; 5\}$? |

2.3. Объединение, пересечение, разность множеств

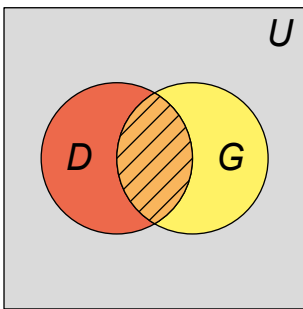
Так же, как и числа, множества складывают, вычитают и умножают.



Суммой, или объединением двух множеств, называют множество, состоящее из элементов, которые входят хотя бы в одно из этих множеств.

Если G – это те, кто в 5 «А» классе носят очки, то объединение множеств девочек и тех, кто носит очки, обозначается $D \cup G$. Каждый элемент этого множества – это или девочка, которая учится в 5 «А» классе, или учащийся 5 «А» класса, который носит очки. Конечно же, девочка, которая учится в 5 «А» классе и носит очки, является элементом этого множества.

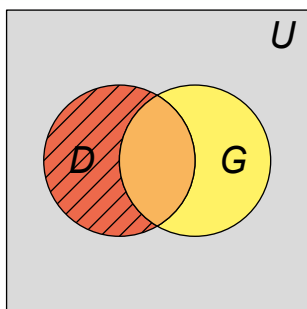
Итак, объединение – это множество точек, которые принадлежат хотя бы одному из исходных множеств, или, другими словами, это точки, которые принадлежат или D , или G , или и D , и G .



Произведением, или пересечением двух множеств, называют множество, состоящее из элементов, которые входят в каждое из этих множеств.

Пересечение множеств девочек и тех, кто носит очки, обозначается $D \cap G$ и состоит из всех девочек 5 «А» класса, которые носят очки.

Пересечение – это множество точек, которые принадлежат каждому из исходных множеств, или, другими словами, это точки, которые принадлежат и D , и G .



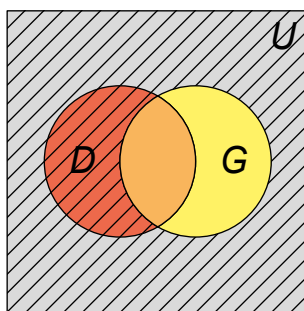
Разность двух множеств состоит из элементов, которые входят в первое и не входят во второе из исходных множеств.

Разность множества девочек и тех, кто носит очки, обозначается $D \setminus G$, и состоит из всех девочек 5 «А» класса, которые не носят очков.

Разность – это множество точек, которые принадлежат только первому из исходных множеств, или, другими словами, это точки, которые принадлежат D и не принадлежат G .

Можете ли вы сказать, что обозначает запись $G \setminus D$, и нарисовать это множество?

Несложно понять, что дополнение множества G – множество \bar{G} , – является разностью универсального множества U и множества G : $U \setminus G = \bar{G}$.



Задача

Пусть $B1 = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ и $B2 = \{6; 7; 8; 9\}$. Определим объединение, пересечение и разности этих множеств.

Решение

Объединение $B1 \cup B2 = \{1; 3; 5; 7; 9; 6; 8\}$. (Нужно взять элементы 1-го множества и дописать к ним элементы 2-го. При этом, как мы договаривались выше, повторение элементов не допускается.)

Пересечение $B1 \cap B2 = \{7; 9\}$. (Последовательно рассматриваем элементы 1-го множества. Если элемент содержится и во 2-м множестве – оставляем, иначе – выбрасываем.)

Разность $B1 \setminus B2 = \{1; 3; 5\}$. (Последовательно рассматриваем элементы множества $B1$. Если элемент содержится и в $B2$ – выбрасываем, иначе – оставляем.)

Разность $B2 \setminus B1 = \{6; 8\}$.

42. Пусть $V1 = \{16; 8; 4; 2; 1\}$ и $V2 = \{0; 2; 4; 6; 8\}$. Найдите:

- a) $V1 \cup V2$; c) $V1 \setminus V2$;
b) $V1 \cap V2$; d) $V2 \setminus V1$.

43. Пусть $P1$ – множество букв, использованных при написании слова *КАМБАР*, и $P2$ – слова *БОРИС*. Найдите:

- a) $P1$; c) $P1 \cup P2$; e) $P1 \setminus P2$;
b) $P2$; d) $P1 \cap P2$; f) $P2 \setminus P1$.

44. Пусть $R1$ – множество букв, использованных при написании слова *КОЧКОР*, и $R2$ – слова *ЧОЛПОН*. Найдите:

- a) $R1$; c) $R1 \cup R2$; e) $R1 \setminus R2$;
b) $R2$; d) $R1 \cap R2$; f) $R2 \setminus R1$.



45. Пусть $E1 = \{4; 17; 2; 10\}$ и $E2 = \{6; 10; 2; 4; 8\}$. Найдите:

- a) $E1 \cup E2$; c) $E1 \setminus E2$;
b) $E1 \cap E2$; d) $E2 \setminus E1$.



46. Пусть $L1$ – множество букв слова *АЙЖАН* и $L2$ – множество букв слова *ДАНИЯ*. Найдите:

- a) $L1$; c) $L1 \cup L2$; e) $L1 \setminus L2$;
b) $L2$; d) $L1 \cap L2$; f) $L2 \setminus L1$.



47. Пусть $M1$ – множество букв слова *ЦЮРИХ* и $M2$ – множество букв слова *РИМ*. Найдите:

- a) $M1$; c) $M1 \cup M2$; e) $M1 \setminus M2$;
b) $M2$; d) $M1 \cap M2$; f) $M2 \setminus M1$.



48. Составьте и решите упражнение по типу упражнения 44, используя название вашего и соседнего населённых пунктов.



49. Составьте и решите упражнение по типу упражнения 44, используя вашу фамилию и фамилию вашего соседа по парте.

2.4. Операции над множествами

Задача

Имеется универсальное множество $U = \{21; 16; 7; 3; 2; 1; 9\}$ и два его подмножества: $A1 = \{2; 3; 16; 9\}$ и $A2 = \{21; 2; 7\}$.

Найдите:

- a) $A1 \cup A2$; d) $A2 \setminus A1$; g) $\overline{A1} \cup \overline{A2}$; j) $\overline{A2 \setminus A1}$; m) $\overline{A1 \setminus A2}$;
b) $A1 \cap A2$; e) $\overline{A1}$; h) $\overline{A1 \cap A2}$; k) $\overline{A1 \cup A2}$; n) $\overline{A2 \setminus A1}$.
c) $A1 \setminus A2$; f) $\overline{A2}$; i) $\overline{A1 \setminus A2}$; l) $\overline{A1 \cap A2}$;

Решение

a) $A1 \cup A2 = \{21; 16; 7; 3; 2; 9\}$

b) $A1 \cap A2 = \{2\}$

c) $A1 \setminus A2 = \{16; 3; 9\}$

d) $A2 \setminus A1 = \{21; 7\}$

e) Для того чтобы найти $\overline{A1}$ – дополнение множества $A1$ – нужно взять множество U и удалить из него все элементы множества $A1$: $\overline{A1} = \{21; 7; 1\}$.

f) $\overline{A2} = \{16; 3; 1; 9\}$

g) Множество $\overline{A1} \cup \overline{A2}$ является объединением множеств $\overline{A1}$ и $\overline{A2}$, описанных в пунктах e) и f): $\overline{A1} \cup \overline{A2} = \{21; 7; 1\} \cup \{16; 3; 1; 9\} = \{21; 7; 16; 3; 1; 9\}$.

h) $\overline{A1} \cap \overline{A2} = \{21; 7; 1\} \cap \{16; 3; 1; 9\} = \{1\}$.

i) $\overline{A1} \setminus \overline{A2} = \{21; 7; 1\} \setminus \{16; 3; 1; 9\} = \{21; 7\}$.

j) $\overline{A2} \setminus \overline{A1} = \{16; 3; 1; 9\} \setminus \{21; 7; 1\} = \{16; 3; 9\}$.

к) В данном пункте требуется найти дополнение к объединению множеств $A1$ и $A2$. Для этого, как было указано выше, нужно взять универсальное множество U и удалить из него все элементы множества $A1 \cup A2$: $\overline{A1 \cup A2} = \{1\}$.

l) Так как $A1 \cap A2 = \{2\}$, $\overline{A1 \cap A2} = \{21; 16; 7; 3; 1; 9\}$.

m) Так как $A1 \setminus A2 = \{16; 3; 9\}$, $\overline{A1 \setminus A2} = \{21; 7; 2; 1\}$.


n) Так как $A2 \setminus A1 = \{21; 7\}$, $\overline{A2 \setminus A1} = \{16; 3; 2; 1; 9\}$.

50. Пусть универсальное множество $U = \{1; 6; 8; 4; 2; 11\}$, $W1 = \{2; 4; 6; 8\}$ и $W2 = \{1; 2; 4; 11\}$. Найдите:

- a) $W1 \cup W2$; d) $W2 \setminus W1$; g) $\overline{W1} \cup \overline{W2}$; j) $\overline{W2} \setminus \overline{W1}$; m) $\overline{W1 \setminus W2}$;
b) $W1 \cap W2$; e) $\overline{W1}$; h) $\overline{W1} \cap \overline{W2}$; k) $\overline{W1 \cup W2}$; n) $\overline{W2 \setminus W1}$.
c) $W1 \setminus W2$; f) $\overline{W2}$; i) $\overline{W1} \setminus \overline{W2}$; l) $\overline{W1} \cap \overline{W2}$;

51. Пусть даны универсальное множество $U = \{\odot; \otimes; \heartsuit; \spadesuit; \clubsuit; \heartsuit\}$ и его подмножества: $A1 = \{\odot; \otimes; \heartsuit; \clubsuit\}$ и $A2 = \{\heartsuit; \spadesuit\}$. Найдите:

- a) $A1 \cup A2$; d) $A2 \setminus A1$; g) $\overline{A1} \cup \overline{A2}$; j) $\overline{A2} \setminus \overline{A1}$; m) $\overline{A1 \setminus A2}$;
b) $A1 \cap A2$; e) $\overline{A1}$; h) $\overline{A1} \cap \overline{A2}$; k) $\overline{A1 \cup A2}$; n) $\overline{A2 \setminus A1}$.
c) $A1 \setminus A2$; f) $\overline{A2}$; i) $\overline{A1} \setminus \overline{A2}$; l) $\overline{A1} \cap \overline{A2}$;

 **52.** Пусть даны универсальное множество $X = \{3; 7; 9; 14; 2; 11\}$ и его подмножества: $Y1 = \{2; 7; 9\}$ и $Y2 = \{7; 2; 14; 11\}$. Найдите:

- a) $Y1 \cup Y2$; d) $Y2 \setminus Y1$; g) $\overline{Y1} \cup \overline{Y2}$; j) $\overline{Y2} \setminus \overline{Y1}$; m) $\overline{Y1 \setminus Y2}$;
b) $Y1 \cap Y2$; e) $\overline{Y1}$; h) $\overline{Y1} \cap \overline{Y2}$; k) $\overline{Y1 \cup Y2}$; n) $\overline{Y2 \setminus Y1}$.
c) $Y1 \setminus Y2$; f) $\overline{Y2}$; i) $\overline{Y1} \setminus \overline{Y2}$; l) $\overline{Y1} \cap \overline{Y2}$;



53. Пусть даны универсальное множество $U = \{B; Ь; E; T; H; A; M\}$ и его подмножества: $A1 = \{B; E; H; A\}$ и $A2 = \{T; E; M; A\}$. Найдите:

- а) $A1 \cup A2$; д) $A2 \setminus A1$; г) $\overline{A1 \cup A2}$; ж) $\overline{A2 \setminus A1}$; м) $\overline{A1 \setminus A2}$;
 б) $A1 \cap A2$; е) $\overline{A1}$; з) $\overline{A1 \cap A2}$; к) $\overline{A1 \cup A2}$; н) $\overline{A2 \setminus A1}$.
 в) $A1 \setminus A2$; ф) $\overline{A2}$; и) $\overline{A1 \setminus A2}$; л) $\overline{A1 \cap A2}$;

2.5. Подмножества множества букв

Задача

Определите слова, множества букв которых являются подмножествами множества букв слов 1) МОСКВА; 2) КОЛОБОК.

Решение

1) Мы должны составлять слова из букв $\{M; O; C; K; B; A\}$. Таких слов несколько: КВАС; СОВА; ВОСК; МАК; СОМ; СОК; КОСА.

2) В этом слове имеются повторяющиеся буквы, а во множестве не может быть одинаковых элементов. Для того чтобы различать буквы, будем использовать индексы: $\{K; O; L; O_1; B; O_2; K_1\}$. Некоторые из возможных слов: КЛОК₁; ЛОБ; БОК; КОЛ.

К сожалению, нельзя написать слово КОЛО₁К₁О₂Л₁ – множество букв слова КОЛОБОК не содержит вторую букву Л.

54. Определите слова, множества букв которых являются подмножествами множества букв слов 1) САКВОЯЖ; 2) САРАТОВ.



55. Определите слова, множества букв которых являются подмножествами множества букв слов 1) СПРАВОЧНИК; 2) СТРАНА.

ИГРА

Задача 2.5 может послужить основой для увлекательной игры: класс делится на несколько команд. После этого выбирается слово. Каждая команда должна составить как можно больше слов, множества букв которых являются подмножествами множества букв выбранного слова. Выигрывает команда, составившая наибольшее количество слов. В случае равенства количества составленных слов выигрывает команда, у которой более длинные слова – команда, использовавшая большее количество букв.





1. Укажите одинаковые множества:

$$A1 = \{5; 12; 4\};$$

$$A2 = \{\text{Самая высокая гора Кыргызстана}\};$$

$$A3 = \{12; 5; 2; 4\};$$

$$A4 = \{12; 4; 5\};$$

$$A5 = \{4; 5; 12\};$$

$$A6 = \{\text{Столицы государств}\};$$

$$A7 = \{2; 12; 5; 4\};$$

$$A8 = \{\text{Пик Победы}\};$$

$$A9 = \{\text{Пекин; Лондон; Барселона; Берлин...}\}.$$

2. Запишите множество букв, использованных при написании слов:

а) АМЕРИКА;

б) АЗИЯ;

в) АФРИКА;

г) ЕВРОПА;

д) АВСТРАЛИЯ;

е) АНТАРКТИДА.

3. Верно или неверно следующее утверждение:

а) Множество отличников вашего класса = \emptyset ;

б) Коричневый \in {Цвета радуги};

в) Иссык-Куль \in {Моря};

г) Каспийское море \in {Озёра}?

4. Пусть $S = \{21; 1; 18; 9\}$. Верно или неверно следующее утверждение:

а) $5 \in S$; е) $\{2; 9\} \subset \{21; 9\}$;

б) $18 \in S$; ф) $\{21; 1\} \subset \{21; 9; 1\}$;

в) $\{21; 9\} \in S$; г) $9 \in \bar{S}$;

г) $\{21; 9\} \subset S$; д) $\{1; 18\} \subset \bar{S}$?

5. Пусть $V1 = \{5; 18; 4; 2; 7\}$ и $V2 = \{7; 2; 4; 18\}$. Найдите:

а) $V1 \cup V2$; в) $V1 \setminus V2$;

б) $V1 \cap V2$; г) $V2 \setminus V1$.

6. Пусть $P1$ – множество букв, использованных при написании слова АНАРА, и $P2$ – слова АЗАТ. Найдите:

а) $P1$; в) $P1 \cup P2$; е) $P1 \setminus P2$;

б) $P2$; г) $P1 \cap P2$; д) $P2 \setminus P1$.

7. Пусть $R1$ – множество букв, использованных при написании слова ЛЕЙЛЕК, и $R2$ – слова СУЗАК. Найдите:

- a) $R1$; c) $R1 \cup R2$; e) $R1 \setminus R2$;
b) $R2$; d) $R1 \cap R2$; f) $R2 \setminus R1$.

8. Пусть $F1 = \{6; 8; 14; 7; 2; 1\}$ и $F2 = \{0; 2; 4; 8\}$. Найдите:

- a) $F1 \cup F2$; c) $F1 \setminus F2$;
b) $F1 \cap F2$; d) $F2 \setminus F1$.

9. Пусть $U = \{1; 7; 6; 8; 4; 2; 5\}$, $W1 = \{2; 4; 7; 8\}$ и $W2 = \{1; 2; 4; 5\}$. Найдите:

- a) $W1 \cup W2$; d) $W2 \setminus W1$; g) $\overline{W1 \cup W2}$; j) $\overline{W2 \setminus W1}$; m) $\overline{W1 \setminus W2}$;
b) $W1 \cap W2$; e) $\overline{W1}$; h) $\overline{W1 \cap W2}$; k) $\overline{W1 \cup W2}$; n) $\overline{W2 \setminus W1}$.
c) $W1 \setminus W2$; f) $\overline{W2}$; i) $\overline{W1 \setminus W2}$; l) $\overline{W1 \cap W2}$;

10. Определите слова, множества букв которых являются подмножествами множества букв слов 1) БУДАПЕШТ; 2) ХОЛСТОМЕР.

§ 3. Количество элементов множества

В предыдущем параграфе мы изучили операции, которые можно производить над множествами. При этом достаточно часто бывает необходимо определить количество элементов множества, определяемого теми или иными признаками. О том, как это сделать, будем говорить ниже.

3.1. Число элементов множества, определённого по одному признаку

Задача

Опрос, проведённый среди 125 девочек, показал, что 78 из них оформляют свой альбом с песнями, стихами и изречениями. Сколько опрошенных девочек не оформляют такого альбома?


Решение


В этом случае множество опрошенных девочек делится на два подмножества: оформляющих и не оформляющих альбом.

Ответ на вопрос, конечно же, получить очень просто. Для этого от общего количества опрошенных девочек нужно отнять число оформляющих альбом. Тогда получим, что не оформляют альбом $125 - 78 = 47$ девочек.

56. В 5 «В» классе 18 учеников носят очки и 15 не носят очков. Сколько учащихся в 5 «В» классе?

57. В селе Ак-Суу живут 1827 семей, 769 из них имеют корову. Сколько семей не имеют коровы?

 **58.** В результате исследования обнаружено, что в лесу проживают 835 зверей. Среди них 238 сильных. Сколько слабых зверей в этом лесу?

 **59.** Опрос, проведённый среди мальчиков, показал, что 478 из них играют в футбол, а 143 не играют в футбол. Сколько мальчиков было опрошено?

3.2. Число элементов множества, определённого по двум признакам

Задача

Подводя итоги октября, Винни-Пух отметил, что он каждый день навещал своих друзей. При этом у него было 20 удачных дней, когда его угощали вареньем, 15 счастливых дней, когда ему давали мёд, и 7 очень счастливых дней, когда он ел и мёд, и варенье. Определите, сколько было дней, когда Винни-Пух ел у друзей или мёд, или варенье?

$2x + 3y$
 $t = S : v$
 $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$
 $A = Pt$
 $\frac{1}{3}$
 $\frac{1}{8}$

Сложив удачные и счастливые дни Винни-Пуха, получим: $20 + 15 = 35$ дней. Но, как известно, в октябре 31 день. Дело в том, что в некоторые дни он ел и мёд, и варенье, и эти 7 дней посчитались дважды: один раз как «медовые» дни и второй раз – как дни, когда он ел варенье. Поэтому правильный ответ: $(20 + 15) - 7 = 28$ дней. Другими словами, мы объединяем «медовые» дни (M) и дни, когда он ел варенье (B).

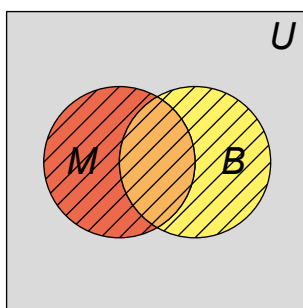


А как уже было сказано ранее, при объединении множеств повторяющиеся элементы записываются только один раз.

Символически, на математическом языке, это записывается следующим образом: $c(M \cup B) = c(M) + c(B) - c(M \cap B)$.

Количество элементов объединения двух множеств равно сумме количества элементов каждого множества минус количество элементов пересечения этих множеств.

Это правило можно проиллюстрировать диаграммой Эйлера-Венна.



Решение

Задачи на определение количества элементов множества, которое разбивается по двум признакам (например, мёд и варенье), удобно решать и иллюстрировать с помощью таблицы.

	M («медовые» дни)	\bar{M} (дни без мёда)	
B (дни с вареньем)	7		20
\bar{B} (дни без варенья)			
	15		31

Справа и внизу указаны общие данные по варенью и мёду, 31 – количество дней в октябре.

Мы внесли данные в таблицу из условия задачи. Теперь начнем её заполнять.

Во 2-й строке данные по варенью: всего 20 дней, а 7 дней были ещё и «медовыми». Понятно, что с вареньем, но без мёда было $20 - 7 = 13$ дней.

В 4-й строке записаны общие данные: в октябре всего 31 день, из них 15 дней «медовых». Тогда дней без мёда: $31 - 15 = 16$.

Так же по столбцам.

Во 2-м столбце данные по мёду: 15 дней октября Винни ел мёд у друзей, а в 7 из этих дней ещё и варенье. Следовательно, с мёдом, но без варенья было $15 - 7 = 8$ дней.

В 4-м столбце опять же общие данные: в октябре 31 день, из них 20 дней было с вареньем. Тогда дней без варенья: $31 - 20 = 11$.

Внесём эти данные в таблицу:

	M («медовые» дни)	\bar{M} (дни без мёда)	
B (дни с вареньем)	7	13	20
\bar{B} (дни без варенья)	8		11
	15	16	31

Осталось нанести последний штрих – заполнить последнюю клетку.

Число дней, когда Винни-Пух чувствовал себя *несчастливым*: ему не дали ни мёда, ни варенья – можно найти из 3-й строки: $11 - 8 = 3$ дня.

Этот результат можно проверить по 3-му столбцу: $16 - 13 = 3$.






	M («медовые» дни)	\bar{M} (дни без мёда)	
B (дни с вареньем)	7	13	20
\bar{B} (дни без варенья)	8	3	11
	15	16	31

Сложив дни, в которые были или мёд, или варенье, получим тот же ответ: $8 + 7 + 13 = 28$ дней. Следовательно, *несчастливых* дней было $31 - 28 = 3$.

60. Из 34 пятиклассников 10 поют, 27 танцуют, 7 умеют и то, и другое. Сколько пятиклассников не умеют ни петь, ни танцевать?

61. На птичьем дворе 9 петухов, каждый из них или крикливый, или драчливый. Крикливых петухов 7, драчливых – 6. Сколько среди них и крикливых, и драчливых одновременно?



-  **62.** В деревне Кара-Кужур живут 70 семей. 50 из них имеют коров, а 35 – яков. 30 семей имеют и коров, и яков. Сколько семей не имеют ни коров, ни яков?
-  **63.** Бабушка испекла 27 булочек и каждую украсила или орешками, или изюмом. Орешками украшено 15 булочек, изюмом – 17. Сколько булочек украшено и орешками, и изюмом?
-  **64.** Составьте и решите упражнение по типу упражнения 56, используя сведения о вашем классе.
-   **65.** Составьте и решите упражнение по типу упражнения 62, используя сведения о вашем населённом пункте.

3.3. Число элементов множества, определённого по двум признакам. Продолжение

Задача

Обследование зверей показало, что 10 из них быстро бегают, 17 – далеко прыгают; семеро быстро бегают и далеко прыгают, а пятеро не умеют ни того, ни другого. Сколько зверей было обследовано?

Решение

Эту задачу тоже будем решать с помощью таблицы.

	Бегают быстро	Бегают медленно	
Прыгают далеко	7		17
Прыгают недалеко		5	
	10		

Справа и внизу таблицы указаны общие данные, внутри – отношение к двум признакам.

Заполним 1-ю строку и 1-й столбец.

	Бегают быстро	Бегают медленно	
Прыгают далеко	7	10	17
Прыгают недалеко	3	5	
	10		


Теперь используем полученные числа, для того чтобы начать заполнять последнюю строку и последний столбец.


$VI + IV = X$
 $P = 2(a + b)$
 $14x = -42$
 $9 = a^2$
 $2b = 6$



	Бегают быстро	Бегают медленно	
Прыгают далеко	7	10	17
Прыгают недалеко	3	5	8
	10	15	

По последней строке найдём ответ: $10 + 15 = 25$ – и проверим его по последнему столбцу: *было обследовано* $17 + 8 = 25$ зверей.

66. В 5 «Б» классе 17 детей занимаются спортом, 12 – музыкой, 5 занимаются и спортом, и музыкой, а 6 не занимаются ни тем, ни другим. Сколько учеников в 5 «Б» классе?

 **67.** В деревне Сары-Булак 47 семей имеют яблони, 25 – груши. И яблони, и груши имеют 20 семей, а 13 семей не имеют ни яблонь, ни груш. Сколько семей в деревне Сары-Булак?

 **68.** Составьте и решите упражнение по типу задачи 66, используя сведения о вашем классе.

  **69.** Составьте и решите упражнение по типу задачи 67, используя сведения о вашем населённом пункте.

3.4. Число элементов множества, определённого по нескольким признакам

Задача

Диктант написали 23 учащихся. Двое получили «2», пятеро – «3», четверо – «5». При этом одна девочка получила «2», одна – «5». Три мальчика получили «3», шестеро – «4». Сколько мальчиков и сколько девочек писали диктант?

Решение

Решение задачи начнём с внесения известных чисел в таблицу.

	«2»	«3»	«4»	«5»	
Девочки	1			1	
Мальчики		3	6		
	2	5		4	23

Изучение таблицы позволяет из последней строки определить количество получивших «4»: $23 - 2 - 5 - 4 = 12$.

	«2»	«3»	«4»	«5»	
Девочки	1			1	
Мальчики		3	6		
	2	5	12	4	23

После этого заполним столбцы, соответствующие «2», «3», «4», «5».


	«2»	«3»	«4»	«5»	
Девочки	1	2	6	1	
Мальчики	1	3	6	3	
	2	5	12	4	23


Теперь, сложив числа в строках, соответствующие количеству девочек и мальчиков, получим ответ: $1 + 2 + 6 + 1 = 10$; $1 + 3 + 6 + 3 = 13$.

	«2»	«3»	«4»	«5»	
Девочки	1	2	6	1	10
Мальчики	1	3	6	3	13
	2	5	12	4	23

Выполнив проверку по последнему столбцу: $10 + 13 = 23$, убедимся в том, что верным является ответ: *диктант написали 10 девочек и 13 мальчиков*.

70. Контрольную работу по математике написали 14 мальчиков и 14 девочек. Пятеро из них получили «3», семеро – «5», остальные – «4». При этом семь девочек получили «4», три мальчика получили «3». Сколько мальчиков получили «5»? Сколько девочек получили «3»?

 **71.** Отвечая на вопрос об отношении к каше, 17 человек сказали, что каша им нравится, остальные сказали, что не любят кашу. Когда этих же людей спросили об отношении к мороженому, 16 человек сказали, что любят мороженое, 8 – что не любят, а 6 сказали, что очень любят. При этом девять сказали «люблю» и про кашу, и про мороженое; трое сказали «не люблю» и про кашу, и про мороженое. Сколько опрошенных сказали «очень люблю» про мороженое и «не люблю» про кашу?

 **72.** Составьте и решите упражнения по типу задачи 70, используя сведения о вашем классе.



1. В 25 магазинах Узгена продают продовольственные товары, а в 37 магазинах не продают. Сколько магазинов в Узгене обследовано?
2. Опрос, проведённый среди 25 мальчиков, показал, что 17-ти из них нравятся девочки с косичками. Скольким мальчикам не нравятся девочки с косичками?
3. В результате исследования обнаружено, что в лесу 30 красивых зверей, 23 умных, а и умных, и красивых – 1. Сколько обнаружено зверей, не обладающих ни одним из этих признаков, если всего исследовано 60 зверей?
4. Из 40 пятиклассников 30 умеют плавать, 27 умеют играть в шахматы и только пятеро не умеют ни того, ни другого. Сколько пятиклассников умеют плавать и играть в шахматы?
5. Опрос, проведённый среди 23 девочек и 25 мальчиков на предмет любви к ужастикам, показал, что среди них 36 любят ужастики, а 8 мальчиков их не любят. Сколько девочек любят ужастики?
6. Из 42 пятиклассников 25 занимаются музыкой, 35 – спортом, 22 – и музыкой, и спортом. Сколько пятиклассников занимаются музыкой и не занимаются спортом?
7. Из 27 пятиклассников на прошлой неделе 15 получали «5» по математике, 20 – по литературе. 12 пятиклассников получили «5» и по математике, и по литературе. Сколько пятиклассников не получили «5» ни по одному из указанных предметов?
8. Опрос, проведённый среди 25 девочек, показал, что 10 из них любят мультики, 6 – и мультики, и ужастики. Сколько девочек любят ужастики, если известно, что семеро не любят ни мультиков, ни ужастиков?
9. В деревне Кок-Жар обследовано 210 семей. 70 из них имеют корову, а 35 не имеют овец. 20 семей не имеют ни коровы, ни овец. Сколько обследованных семей имеют и корову, и овец?
10. В 5 «Б» классе учатся 20 человек с карими глазами и 25 человек с чёрными волосами. Чёрные волосы и карие глаза имеют 18 человек, а пятеро не обладают этими признаками. Сколько учащихся в 5 «Б» классе?
11. В многоэтажном доме во всех квартирах есть или кошка, или собака. В 30 квартирах живут собаки, в 60 – кошки, в 26 – и кошки, и собаки. Сколько квартир в этом доме?

$t = S : v$ $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$ $2x + 3y$ $=$ $A = Pt$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $+$ $\frac{1}{3}$

12. В 5 «В» классе 15 учащихся занимаются шахматами, 10 – танцами, 7 – и шахматами, и танцами. Пятеро не занимаются ни тем, ни другим. Сколько учащихся в 5 «В» классе?

13. На Иссык-Куль приехали 100 туристов. Из них 10 не знали ни русского, ни английского языков, 80 знали русский язык, 73 – английский. Сколько туристов знали и русский, и английский языки?

14. На родительское собрание в 5 «А» классе пришли родители всех 28 учащихся. При этом пришли мамы 18 учащихся и папы 14 учеников. У скольких учащихся пришли и папа, и мама?

15. На дворе 15 щенков, каждый из них или шумный, или кусачий. Кусачих щенков – 10, шумных – 9. Сколько среди них и шумных, и кусачих одновременно?

16. На вопросы об отношении к футболу и боксу ответили 33 мальчика. На вопрос о футболе шестеро сказали «очень люблю», «не люблю» сказали семеро, остальные ответили «люблю». Когда этих же мальчиков спрашивали об отношении к боксу, они отвечали только «люблю» или «не люблю». При этом 14 сказали «люблю» и про футбол, и про бокс; 4 сказали «не люблю» и про футбол, и про бокс; 4 сказали «очень люблю» про футбол и «люблю» про бокс. Сколько мальчиков сказали «не люблю» про бокс?



§ 4. Элементы геометрии (1)

4.1. Прямая линия, луч, отрезок

Математики говорят, что прямая линия не имеет ни начала, ни конца, ни толщины и делит плоскость на две полуплоскости.

Через точки A и B проведём прямую линию, которую обозначим как AB , или BA , или c .

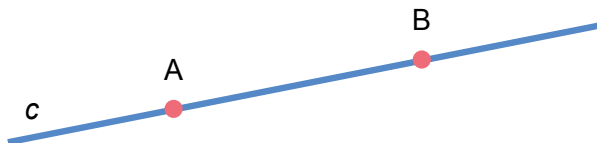


Рисунок 1

Часть прямой, лежащая по одну сторону от точки на ней, называется **лучом**. Часть прямой, лежащая между двумя точками, включая эти точки, называется **отрезком**.

На рисунке 1 можно увидеть 4 луча: вправо от точки A ; влево от точки A ; вправо от точки B ; влево от точки B , а также отрезок AB .

Два луча, выходящих из одной и той же точки, называемой **вершиной**, образуют **угол**.

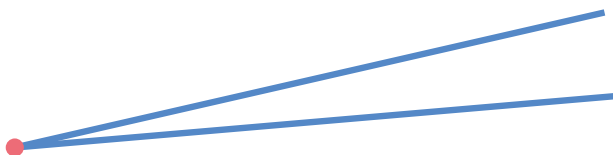


Рисунок 2

Точка пересечения двух прямых определяет 4 луча. Если эти лучи образуют 4 одинаковых угла, то прямые называются **перпендикулярными**, а каждый из этих углов называется **прямым**.

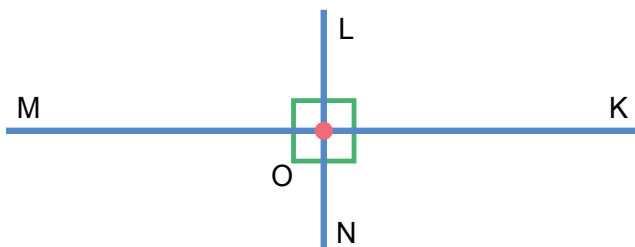


Рисунок 3

На рисунке 3 мы видим четыре прямых угла: угол KOL ; угол LOM ; угол MON ; угол NOK .

Углы измеряются в градусах: прямой угол равен девяноста градусам (90°). Соответственно, четыре прямых угла дают триста шестьдесят градусов: $90^\circ \cdot 4 = 360^\circ$. Градусная мера измерения идёт с древних времён – люди тогда считали, что в году 360 дней.

Если на рисунке 3 убрать луч ON , то получится угол MOK .

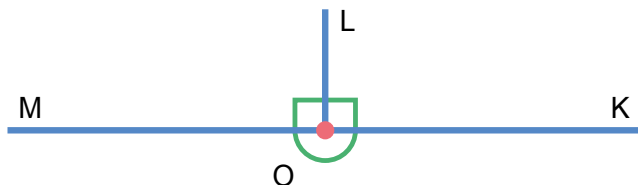


Рисунок 4

Такие углы называются **развёрнутыми**. Угол MOK можно считать объединением углов MON и NOK . Поэтому он равен: $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Для обозначения угла используется знак \angle . Так, вместо того, чтобы писать *угол MON*, достаточно написать $\angle MON$.

Возьмём развёрнутый угол POR



Рисунок 5

и разобьём его на два угла лучом OS :

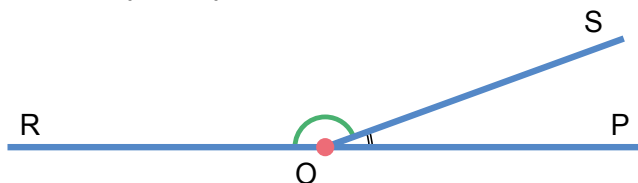


Рисунок 6

В итоге мы получим $\angle POS$ и $\angle SOR$. Такие углы называют **смежными**. Должно быть понятно, что их сумма равна 180° .

Задача

Если угол EGF равен 55° , то чему равен смежный с ним угол FGH ?

Решение

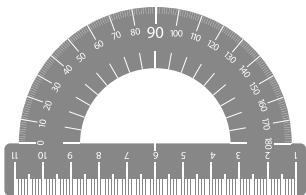
Сумма смежных углов равна 180° . Поэтому $\angle FGH$ равен: $180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$.

73. Зная, что $\angle EGF$ и $\angle FGH$ смежные, определите величину $\angle EGF$, если $\angle FGH$ равен:

- а) 10° ; б) 80° ; с) 140° ; д) 128° .

 74. Зная, что $\angle EGF$ и $\angle FGH$ смежные, определите величину $\angle EGF$, если $\angle FGH$ равен:

- а) 110° ; б) 90° ; с) 144° ; д) 28° .



Примечание

Для точного построения, а также измерения углов используется **транспортир**. О том, как пользоваться этим инструментом, может рассказать ваш учитель или старшие.

4.2. Виды углов

Что произойдёт, если уколить бегемота вершиной $\angle SOR$?

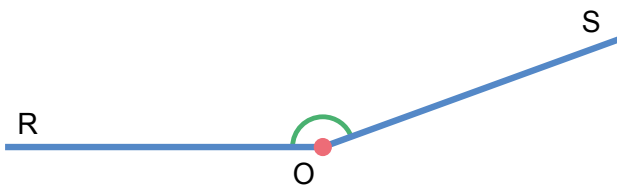


Рисунок 7

Толстокожий бегемот, скорее всего, не заметит укол. Такие углы, которые больше, чем прямой угол, называют тупыми.

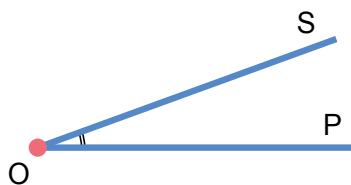


Рисунок 8

А вот вершиной угла POS , который меньше прямого, бегемота лучше не колоть. Угол острый, и бегемот может обидеться.

Углы, которые больше, чем прямой угол, но меньше, чем развёрнутый, называют **тупыми**, а которые меньше, чем прямой, – **острыми**.

75. Угол ABC острый, если он равен (укажите пункты):

- a) 15° ; c) 147° ; e) 40° ; g) 14° ;
- b) 83° ; d) 158° ; f) 80° ; h) 128° .



76. Угол DEF тупой, если он равен (укажите пункты):

- a) 152° ; c) 47° ; e) 120° ; g) 124° ;
- b) 63° ; d) 108° ; f) 66° ; h) 28° .

4.3. Соотношения углов

Задача

Вставьте вместо прочерка слова 1) острый; 2) развёрнутый; 3) тупой – и выберите один из приведённых ответов.

Если _____ угол разделить на 2 угла, то получится:

- a) два острых угла; e) один прямой и один острый;
- b) два тупых угла; f) или \mathbf{a} , или \mathbf{c} ;
- c) один острый и один тупой углы; g) или \mathbf{c} , или \mathbf{d} ;
- d) два прямых угла; h) или \mathbf{a} , или \mathbf{c} , или \mathbf{e} .

Решение

1) Разделив острый угол на 2, получим 2 острых угла – если угол меньше 90° , то его часть тоже меньше 90° . Например, $44^\circ = 40^\circ + 4^\circ$. Следовательно, выбираем ответ **a**.

2) Разделим 180° на два слагаемых. Если разделить пополам, то получим 2 угла по 90° – два прямых угла. Получается ответ **d**. Ответив таким образом, мы ошибёмся, потому что делить пополам необязательно. Если один из углов будет больше 90° – тупой, то второй будет меньше 90° – острый. Например, $180^\circ = 140^\circ + 40^\circ$. Следовательно, выбираем ответ **g**.

3) Разделим тупой угол на 2 угла. Оказывается, при этом могут быть 3 разных случая:

1. Получатся два острых угла. Например, $150^\circ = 80^\circ + 70^\circ$.

2. Получатся один острый и один тупой углы. Например, $150^\circ = 20^\circ + 130^\circ$.


3. Получатся один острый и один прямой углы. Например, $150^\circ = 60^\circ + 90^\circ$. Следовательно, правильный ответ **h**.

77. Вставьте вместо прочерка числа 1) 140; 2) 78; 3) 180 и выберите один из приведённых ответов.

Если угол величиной ____ градусов разделить на 2 угла, то получится:

- a) два острых угла; e) один прямой и один острый;
- b) два тупых угла; f) или \mathbf{a} , или \mathbf{c} ;
- c) один острый и один тупой углы; g) или \mathbf{c} , или \mathbf{d} ;
- d) два прямых угла; h) или \mathbf{a} , или \mathbf{c} , или \mathbf{e} .

Каждый ответ снабдите соответствующим примером.

 78. Используя условия задания 77, рассмотрите числа:

- 1) 90; 2) 108; 3) 82.

4.4. Объединение и пересечение углов

Задача

Углы $\alpha = 85^\circ$ и $\beta = 63^\circ$ имеют общую вершину и общий луч. Сколько градусов в объединении этих углов? А в пересечении?

Решение

Полезно начать с чертежа. При этом необязательно точно отмерять углы: достаточно сделать примерный эскиз.

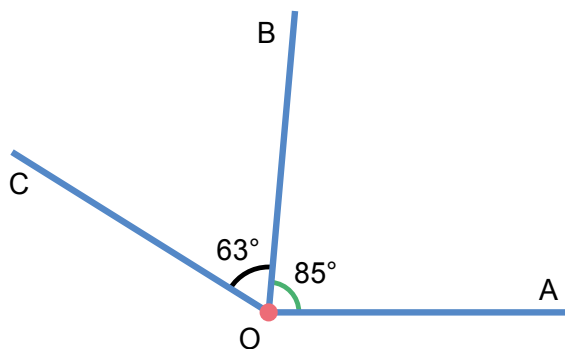


Рисунок 9

Согласно этому рисунку, угол α – это $\angle AOB$, β – угол BOC . Их объединением будет угол AOC . Он содержит $85^\circ + 63^\circ = 148^\circ$.

Пересечением углов α и β будет луч OB . Он содержит 0° .

Не стоит торопиться и считать, что решение задачи закончено. Дело в том, что возможно и другое взаимное расположение углов α и β :

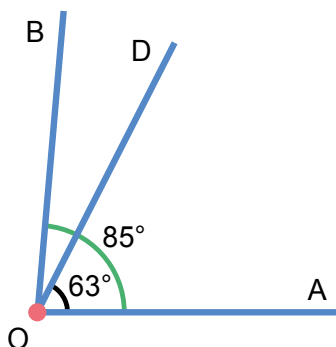



Рисунок 10

В этом случае угол α – это $\angle AOB$, а угол β – $\angle AOD$.

Соответственно, их объединение: $\angle AOB \cup \angle AOD = \angle AOB = 85^\circ$, а пересечение: $\angle AOB \cap \angle AOD = \angle AOD = 63^\circ$.

79. Углы $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 30^\circ$ имеют общую вершину и общий луч. Сколько градусов в объединении этих углов? А в пересечении?

 80. Углы $\alpha = 60^\circ$ и $\beta = 45^\circ$ имеют общую вершину и общий луч. Сколько градусов в объединении этих углов? А в пересечении?

4.5. Взаимосвязь между объединением, пересечением и разностью

Задача

Углы $\gamma = 75^\circ$ и $\delta = 43^\circ$ имеют общую вершину. Сколько градусов в объединении этих углов, если в пересечении 33° ? Определите, сколько градусов в соответствующих разностях.

Решение

Как уже говорилось, полезно начать с чертежа.

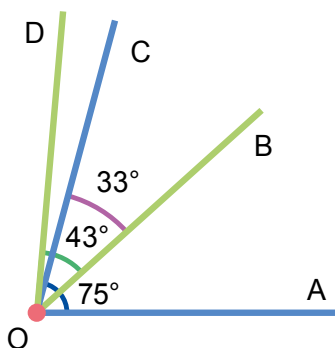



Рисунок 11

Здесь угол γ – это $\angle AOC$; угол δ – $\angle BOD$, а их пересечение – $\angle BOC$. Объединением будет угол AOD , который содержит $75^\circ + 43^\circ - 33^\circ = 85^\circ$.

При этом разность $43^\circ - 33^\circ$ – это число градусов в разности между углом BOD и $\angle AOC$: $\angle BOD \setminus \angle AOC = 43^\circ - 33^\circ = 10^\circ$.

Противоположная разность $\angle AOC \setminus \angle BOD = 75^\circ - 33^\circ = 42^\circ$.

81. Углы $\gamma = 125^\circ$ и $\delta = 40^\circ$ имеют общую вершину. Сколько градусов в пересечении этих углов, если в объединении 133° ? Определите, сколько градусов в соответствующих разностях.

 82. Углы $\gamma = 75^\circ$ и $\delta = 130^\circ$ имеют общую вершину. Сколько градусов в объединении этих углов, если в пересечении 45° ? Определите, сколько градусов в соответствующих разностях.

4.6. Взаимосвязь между объединением, пересечением и разностью. Продолжение

Задача

Пересечение углов η и θ , имеющих общую вершину, содержит 15° , а разность η и θ содержит 65° . Сколько градусов содержат углы η и θ ?

Решение

Начинаем с чертежа.

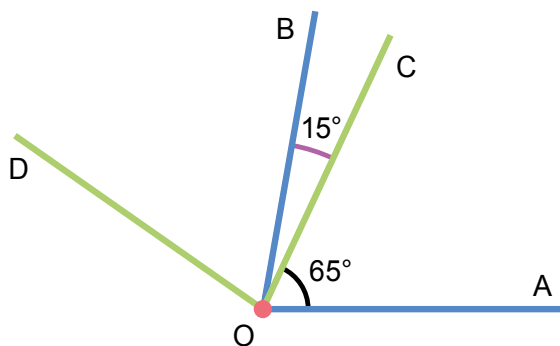


Рисунок 12

Здесь угол η – это $\angle AOB$; угол θ – $\angle COD$, а их пересечение – $\angle COB$, а разность η и θ – это $\angle AOC$.

Поэтому угол η равен $65^\circ + 15^\circ = 80^\circ$.

С углом θ и сложнее, и проще. В условиях задачи недостаёт информации для того, чтобы однозначно определить величину θ . Поэтому можно ответить: *недостаточно информации*; а можно ответить более точно: угол может содержать любое количество градусов не меньшее, чем 15° .

Для иллюстрации приведём в пример ещё один рисунок, соответствующий условиям задачи.

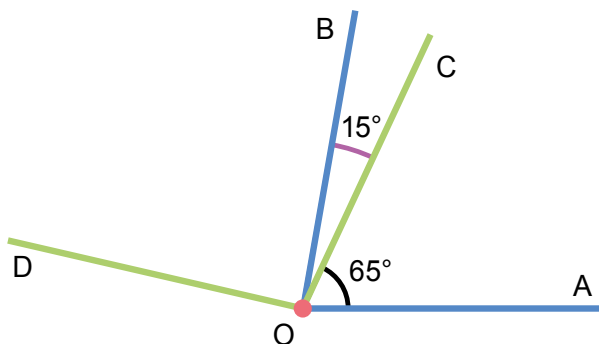



Рисунок 13

83. Пересечение углов η и θ , имеющих общую вершину, содержит 50° , разность η и θ содержит 16° , а разность η и $\theta - 25^\circ$. Сколько градусов содержат углы η и θ ?

 84. Пересечение углов η и θ , имеющих общую вершину, содержит 56° , а разность η и θ содержит 98° . Сколько градусов содержат углы η и θ ?

4.7. Периметр и площадь прямоугольника

Четырёхугольник, у которого все углы прямые, называется **прямоугольником**.

Так как прямой угол содержит 90° , сумма углов прямоугольника равна $90^\circ + 90^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$.

Примечание

Говоря об углах многоугольников, о числе градусов, которые содержат эти углы, мы имеем в виду углы, образованные лучами, частью которых являются соответствующие стороны многоугольника.

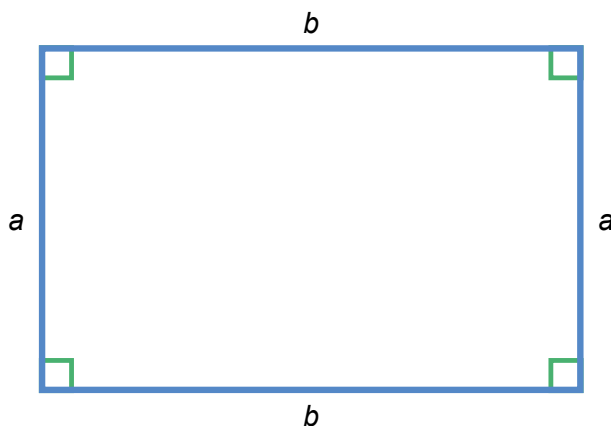


Рисунок 14

Стороны прямоугольника – **основание** и **высота**. Также используются названия **длина** и **ширина**.

Прямоугольник, у которого все стороны равны, называется **квадратом**.

Сумма длин сторон многоугольника называется **периметром**. В частности, периметр прямоугольника равен:

$$P = a + b + a + b = 2a + 2b = 2(a + b).$$

Площадь прямоугольника есть произведение основания и высоты или, другими словами, длины и ширины: $S = ab = ah$, где a – длина основания, h – высота.

Задача

Основание прямоугольника равно 5 см, высота на 2 см больше основания. Определите периметр и площадь.

Решение

Высота прямоугольника равна $5 \text{ см} + 2 \text{ см} = 7 \text{ см}$.

Поэтому периметр: $5 \text{ см} + 7 \text{ см} + 5 \text{ см} + 7 \text{ см} = 24 \text{ см}$;

площадь: $5 \text{ см} \cdot 7 \text{ см} = 35$ квадратных сантиметров.

85. Основание прямоугольника равно 8 см, высота в два раза больше основания. Определите периметр и площадь.



86. Основание прямоугольника равно 14 м, высота на 5 м меньше основания. Определите периметр и площадь.

4.8. Периметр и площадь прямоугольника на практике



Задача

Какой длины забор понадобится для того, чтобы огородить прямоугольный участок, площадь которого равна 4800 кв. м, а ширина – 60 метров?

Решение

Разделив площадь на ширину, найдём длину участка: $4800 : 60 = 80$ метров.

Следовательно, периметр участка и, соответственно, длина забора равна $P = 2 \cdot 60 + 2 \cdot 80 = 280 \text{ м}$.

87. Основание прямоугольника равно 82 см, площадь – 3034 кв. см. Определите периметр.



88. Основание прямоугольника равно 14 м, площадь – 3024 кв. м. Определите периметр.



89. Основание прямоугольника равно a метров, высота – h метров. Определите периметр и площадь, зная, что а) $a = 32$, $h = 2$; б) $a = 16$, $h = 4$; в) $a = 8$, $h = 8$. Сравните результаты.



90. Основание прямоугольника равно a метров, высота – h метров. Определите периметр и площадь, зная, что а) $a = 18$, $h = 2$; б) $a = 15$, $h = 5$; в) $a = 10$, $h = 10$. Сравните результаты.

Подведите итоги наблюдений, сделанных в пунктах 89 и 90, и убедитесь в свойствах квадрата:

Среди прямоугольников с одинаковой площадью квадрат имеет наименьший периметр.

Среди прямоугольников с одинаковым периметром квадрат имеет наибольшую площадь.

4.9. Изменение периметра и площади прямоугольника

Задача

Из прямоугольника, высота которого равна 4 см, основание – 8 см, вырезали прямоугольник со сторонами 2 см и 1 см. Определите площадь и периметр полученной фигуры.

Решение

Так как площадь большого прямоугольника равна $4 \text{ см} \cdot 8 \text{ см} = 32 \text{ см}^2$, а площадь малого – $2 \text{ см} \cdot 1 \text{ см} = 2 \text{ см}^2$, площадь полученной фигуры равна $32 \text{ см}^2 - 2 \text{ см}^2 = 30 \text{ см}^2$.

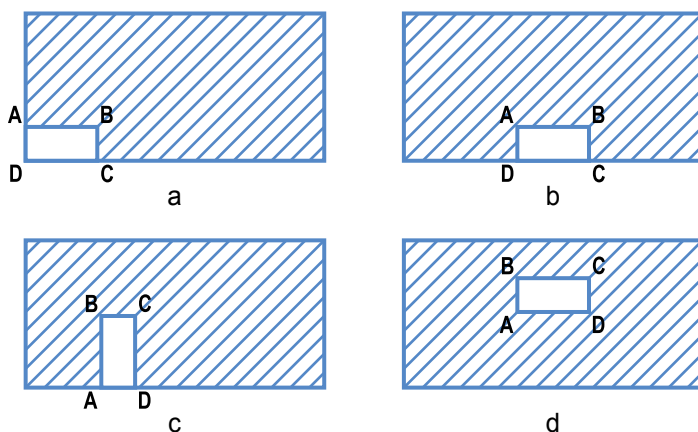


Рисунок 15

С периметром сложнее, так как его величина зависит от того, в каком месте вырезан малый прямоугольник. Возможны 4 различные ситуации (рисунок 15).

а) Малый прямоугольник вырезан из угла большого. В этом случае периметр равен периметру большого прямоугольника – мысленно передвиньте AB на место CD ; BC на место AD . Поэтому периметр $P = 2 \cdot 4 \text{ см} + 2 \cdot 8 \text{ см} = 24 \text{ см}$.

б) Малый прямоугольник вырезан на стороне большого так, что периметр равен периметру большого прямоугольника плюс две боковые

стороны малого – мысленно передвиньте AB на место CD . Поэтому периметр $P = 2 \cdot 4 \text{ см} + 2 \cdot 8 \text{ см} + 2 \cdot 1 \text{ см} = 26 \text{ см}$.

с) Малый прямоугольник вырезан на стороне большого так, что периметр равен периметру большого прямоугольника плюс два основания малого – мысленно передвиньте BC на место AD . Поэтому периметр $P = 2 \cdot 4 \text{ см} + 2 \cdot 8 \text{ см} + 2 \cdot 2 \text{ см} = 28 \text{ см}$.

d) Малый прямоугольник вырезан внутри большого. В этом случае периметр равен периметру большого прямоугольника плюс периметр малого: $P = 2 \cdot 4 \text{ см} + 2 \cdot 8 \text{ см} + 2 \cdot 2 \text{ см} + 2 \cdot 1 \text{ см} = 30 \text{ см}$.

91. Основание прямоугольника равно 14 м , высота – 6 м . Из него вырезан прямоугольник со сторонами 2 м и 6 м . Определите площадь и периметр полученной фигуры.



92. Основание прямоугольника равно 24 см , высота – 4 см . Из него вырезан квадрат со стороной 2 см . Определите площадь и периметр полученной фигуры.



$$t = S : v$$

$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$

$$A = Pt$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

1. Угол $\gamma = 6^\circ$. Сколько градусов будет в этом угле, если на него посмотреть в бинокль с десятикратным увеличением?
2. Зная, что $\angle EGF$ и $\angle FGH$ смежные, определите величину $\angle EGF$, если $\angle FGH$ равен:
а) 107° ; б) 83° ; в) 14° ; д) 158° .
3. Ответьте ДА, НЕТ или НЕТ ОДНОЗНАЧНОГО ОТВЕТА на вопросы. Объясните свой ответ.
а) Угол 47° – острый.
б) Угол 77° – тупой.
в) Объединение смежных углов равно 140° .
г) Если прямой угол разделить на 2 угла, то получится два острых угла.
д) Если объединить два острых угла, то получится тупой угол.
е) Пересечение углов с общей вершиной всегда больше их разности.
ж) Разделив развёрнутый угол на два, можно получить два прямых угла.
з) Если тупой угол разделить на 2 угла, то получатся тупой и острый углы.
и) Разделив тупой угол на два, можно получить два острых угла.
й) Три луча, имеющие общую вершину, образуют смежные углы, если два из них образуют прямую.
4. Углы $\gamma = 53^\circ$ и $\delta = 37^\circ$ имеют общую вершину и общий луч. Сколько градусов в объединении этих углов? А в пересечении?
5. Углы $\gamma = 152^\circ$ и $\delta = 64^\circ$ имеют общую вершину. Сколько градусов в пересечении этих углов, если в объединении 173° ? Определите, сколько градусов в соответствующих разностях.
6. Углы $\gamma = 68^\circ$ и $\delta = 77^\circ$ имеют общую вершину. Сколько градусов в объединении этих углов, если в пересечении 55° ? Определите, сколько градусов в соответствующих разностях.
7. Пересечение углов η и θ , имеющих общую вершину, содержит 29° , разность η и θ содержит 61° , а разность θ и η – 15° . Сколько градусов содержат углы η и θ ?
8. Основание прямоугольника равно 84 см , высота в четыре раза меньше основания. Определите периметр и площадь прямоугольника.
9. Высота прямоугольника равна 4 м и на 5 м меньше основания. Определите периметр и площадь.

- $VI + IV = X$
 $P = 2(a + b)$
 $14x = -42$
 $S = a^2$
 $= 0,17$
 2
 $0,17$
- 10.** Высота прямоугольника равна 22 см, площадь – 1034 см². Определите периметр.
- 11.** Основание прямоугольника равно 4 м, периметр – 18 м. Определите площадь.
- 12.** Основание прямоугольника равно 40 м, высота – 16 м. Из него вырезан прямоугольник со сторонами 22 м и 6 м. Определите площадь и периметр полученной фигуры.
- 13.** Шоколадка «Чёрный квадрат» выпускается в виде квадрата со стороной 12 см. Чёрный шоколад в её середине окаймлён рамкой из белого шоколада шириной 1 см. Один квадратный сантиметр этой шоколадки как белого, так и чёрного цвета весит 1 г. Каков вес шоколадки? Сколько граммов чёрного шоколада имеется в одной шоколадке? Сколько белого?
- 14.** Для того чтобы разнообразить ассортимент, вместе с «Чёрным квадратом» (смотри предыдущую задачу) кондитерская фабрика решила выпускать шоколадку «Чёрное в белом» в виде прямоугольника со сторонами 18 см и 8 см. В этой шоколадке чёрный шоколад также окаймлён рамкой из белого шоколада шириной 1 см. Каков вес шоколадки? Какую из шоколадок, «Чёрный квадрат» или «Чёрное в белом», должен выбрать Азамат, если он предпочитает белый шоколад?

§ 5. Натуральные числа



Мысль выразить все числа десятью знаками, придавая им, кроме значения по форме, ещё значение по месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно понять, насколько она удивительна.

Пьер-Симон Лаплас (1749–1827), французский астроном, математик и физик

Числа 1, 2, 3..., употребляемые при счёте, называются **натуральными**. Множество натуральных чисел обозначается символом N .

5.1. Цифры. Позиционная система

Для записи натуральных чисел мы используем позиционную десятичную систему, называемую *арабской*. В ней используются десять значков, которые называются **цифрами**: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Весомость каждой цифры определяется местом. Если читать (как это принято у арабов) запись натурального числа справа налево, то первая цифра означает число единиц, вторая – десятков, третья – сотен и т. д.

Например: $29\,872 = 2 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 100 + 9 \cdot 1000 + 2 \cdot 10\,000$.

В случаях, когда для условной записи арабских чисел используются буквы, этот факт выделяется чертой сверху. Например:

$\overline{abcd} = 1549$, если $a = 1$; $b = 5$; $c = 4$; $d = 9$;

$\overline{anana} = 75757$, если $a = 7$; $n = 5$.

Нужно помнить, что запись числа 312 в виде \overline{cd} , где $c = 3$; $d = 12$, недопустима, потому что, в данном случае каждая буква означает цифру, а число 12 – не цифра.

93. Запишите и прочитайте число \overline{xu} , зная, что $u = 1$; $x = 2$.

94. Запишите и прочитайте число $\overline{a_3a_2a_1a_0}$, зная, что $a_3 = 3$; $a_2 = 2$; $a_1 = 7$; $a_0 = 0$.

95. Запишите и прочитайте число \overline{abad} , зная, что $a = 7$; $b = 2$; $d = 4$.

96. Можно ли записать число 34 278 в виде \overline{abcd} , предположив, что $a = 3$; $b = 42$; $c = 7$; $d = 8$?

97. Если от числа 55, записанного двумя пятёрками, отнять одну пятёрку, то получится 5 – одна пятёрка. Прокомментируйте это высказывание.



98. Запишите и прочитайте число \overline{ab} , зная, что $a = 9$; $b = 2$.



99. Запишите и прочитайте число $\overline{x_3x_2x_1x_0}$, зная, что $x_3 = 5$; $x_2 = 6$; $x_1 = 4$; $x_0 = 1$.



100. Запишите и прочитайте число $\overline{xуух}$, зная, что $y = 8$; $x = 7$.

5.2. Позиционная система записи натуральных чисел

Если при записи натурального числа использованы две цифры, то это двузначное число, если три цифры – трёхзначное...

Если при записи натурального числа на первое место поставлен нуль или несколько нулей, то они не учитываются.

Так, 0317 – трёхзначное число, 0044 – двузначное число.

101. Перечислите все двузначные числа, которые можно получить, используя цифры 5 и 7.

102. Перечислите все двузначные числа, которые можно получить, используя по одному разу цифры 4 и 8.

103. Перечислите все трёхзначные числа, которые можно получить, используя по одному разу цифры 1, 3 и 9.

104. Перечислите все трёхзначные числа, которые можно получить, используя по одному разу цифры 0, 2 и 6.

105. Дан ряд чисел: 517, 811, 4435, 1197, 315, 7110, 5672, 689, 4325, 457. Верно ли утверждение:






- а) самое маленькое число в этом ряду 457;
- б) в этом ряду количество трёхзначных чисел равно количеству четырёхзначных;
- в) в этом ряду есть число тысяча девяносто семь;
- д) в этом ряду есть число, равное $5 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 1000$?

106. Верно ли утверждение (ответ проиллюстрируйте примерами):

- а) сумма двузначных чисел может быть двузначным числом;
- б) произведение двузначных чисел может быть двузначным числом;
- с) сумма цифр 7 и 3 есть цифра 10?



107. Перечислите все двузначные числа, которые можно получить, используя цифры 2 и 4.

-  **108.** Перечислите все двузначные числа, которые можно получить, используя цифры 0 и 8.
-  **109.** Перечислите все трёхзначные числа, которые можно получить, используя по одному разу цифры 5, 7 и 9.
-  **110.** Перечислите все трёхзначные числа, которые можно получить, используя по одному разу цифры 0, 3 и 6.
-  **111.** Дан ряд чисел: 5217, 811, 2012, 1197, 515, 7110, 5672, 689, 4325, 457. Верно ли утверждение:
- самое маленькое число в этом ряду 457;
 - в этом ряду количество трёхзначных чисел равно количеству четырёхзначных;
 - в этом ряду есть число две тысячи двенадцать;
 - в этом ряду есть число, равное $5 + 2 \cdot 10 + 1 \cdot 100 + 7 \cdot 1000$?
-  **112.** Верно ли утверждение (ответ проиллюстрируйте примерами):
- сумма двузначных чисел может быть трёхзначным числом;
 - произведение двузначных чисел – всегда трёхзначное число;
 - если от цифры 9 отнять цифры 7 и 2, то получится цифра 0?

5.3. Сравнение натуральных чисел

Задача

В приведённых ниже числах каждая звёздочка заменяет какую-нибудь цифру. Можно ли сравнить эти числа?

- а) 5^{**} и 2^{**} с) 99^* и 5^* е) 6^{**} и 51
 б) 51^* и 40 д) 1^*8^* и 9^{**} ф) 101^* и 9^*

Решение

а) Левое число больше, так как наименьшее из таких чисел – это 500, а наибольшее из чисел, которые могут стоять справа, – 299.

б) Эти числа сравнить невозможно, так как большим может оказаться как число слева, например, $510 > 440$, так и число справа, например, $510 < 640$.

с) Левое число больше, так как наименьшее из таких чисел – это 990, а наибольшее из чисел, которые могут стоять справа, – 959.

д) Левое число больше, так как любое четырёхзначное число больше любого трёхзначного.

е) Эти числа сравнить невозможно, так как если первую звёздочку слева заменить на ноль, а первую звёздочку справа на 7, то число справа

будет больше. Если же первая звёздочка слева не ноль, то левое число больше.

f) Левое число больше, так как слева стоит пятизначное или четырёхзначное число, а справа двузначное или трёхзначное.

113. В приведённых ниже числах каждая звёздочка заменяет какую-нибудь цифру. Можно ли сравнить эти числа?

- а) $*4*$ и $2**$ с) $90*$ и $*5*$ е) $*6**$ и $*591$
б) $1*1*$ и $*40$ д) $*1*$ и $92*$ ф) $101*$ и $**99*$



114. В приведённых ниже числах каждая звёздочка заменяет какую-нибудь цифру. Можно ли сравнить эти числа?

- а) $1*4*$ и $9**$ с) $*00$ и $9*5$ е) $*6**$ и $5*91$
б) $**1*$ и $9*4$ д) $*5*$ и $92*$ ф) $*611*$ и $*59*$

5.4. Количество натуральных чисел во множестве

Задача

Определим количество натуральных чисел, имеющих 7 единиц, 5 или 9 десятков, которые

- а) больше 100 и меньше 260; с) больше 1000 и меньше 5000;
б) больше 100 и меньше 400; д) больше 10 и меньше 9070.

Решение

а) Ответ очень прост – условиям удовлетворяют только три числа: 157, 197 и 257.


б) Ответ «шесть» можно найти так же, как и в предыдущем пункте – перечислить все натуральные числа, удовлетворяющие условиям: 157, 197, 257, 297, 357, 397.

с) Если у вас есть достаточное количество времени, то можно перечислить все возможные числа. Но это достаточно скучное занятие. Гораздо лучше чуть-чуть подумать. В каждой полной сотне только два числа удовлетворяют условиям. (Проверьте, вернувшись к предыдущему пункту.) Так как в тысяче 10 сотен, а в пяти тысячах 50 сотен, в рассматриваемых пределах $50 - 10 = 40$ сотен. Соответственно, в этих пределах $40 \cdot 2 = 80$ чисел, удовлетворяющих условиям.

д) От нуля до 9000 имеется 90 полных сотен. (То, что левой границей множества является не ноль, а десять, в данном случае не важно – первое подходящее число – 57.) Поэтому от 10 до 9000 имеется $90 \cdot 2 = 180$ чисел, удовлетворяющих условиям. Кроме них есть ещё число 9057. В итоге имеем 181 нужное число.

115. Сколько натуральных чисел имеют 3 или 5 единиц; 5 десятков; 9 или 7 сотен:

- а) больше 2000 и меньше 3000;
- б) больше 1000 и меньше 9000;
- с) больше 1000 и меньше 50 000?

 116. Определите количество натуральных чисел, имеющих 6 единиц, 5 десятков, 9 сотен, которые:

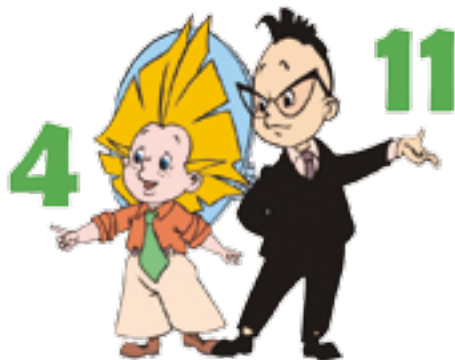
- а) больше 1000 и меньше 3000;
- б) больше 1000 и меньше 9000;
- с) больше 1000 и меньше 90 000.

5.5. День рождения

Задача

1. Отвечая на вопрос «Когда твой день рождения?», Знайка сказал, что он родился в марте, а сумма цифр дня его рождения равна 11. Определите день рождения Знайки.

2. Находившийся в той же компании Незнайка сказал, что он тоже родился в марте, а сумма цифр дня его рождения равна 4. Можно ли определить день рождения Незнайки?



Решение

1. Обозначим искомое число \overline{xy} . Тогда $x + y = 11$.

Решим это уравнение методом подбора: x не может быть больше 3 (x – это число десятков, а в марте 31 день), поэтому решения вида $x = 4$; $y = 7$ неверны; решение $x = 1$; $y = 10$ неверно, потому что 10 – не цифра.

Следовательно, уравнение имеет 2 решения:

- а) $x = 2$, $y = 9$;
- б) $x = 3$, $y = 8$.

Ответ б означает, что Знайка родился 38 марта, что невозможно. Отсюда вывод: Знайка родился 29 марта.

2. Теперь $x + y = 4$. В этом случае уравнение имеет 4 решения:

- а) $x = 0$, $y = 4$;
- б) $x = 1$, $y = 3$;
- с) $x = 2$, $y = 2$;
- д) $x = 3$, $y = 1$.


Итак, мы не можем однозначно определить день рождения Незнайки. Он родился или 4 марта, или 13 марта, или 22 марта, или 31 марта.


117. Отвечая на вопрос «Сколько тебе лет?», пятиклассник Марат сказал, что сумма цифр его возраста равна 2. Сколько лет Марату?


118. Отвечая на вопрос «Сколько тебе лет?», студент Калыс также сказал, что сумма цифр его возраста равна 2. Сколько лет Калысу?


119. Отвечая на вопрос «Когда твой день рождения?», Вова сказал, что он родился во второй половине апреля, а сумма цифр дня его рождения равна 4. Определите день рождения Вовы.

120. Отвечая на вопрос «Когда твой день рождения?», Айсулуу сказала, что она родилась в августе, а сумма цифр дня её рождения равна 8. Можно ли определить день рождения Айсулуу?

 **121.** Отвечая на вопрос «Сколько тебе лет?», пятиклассница Чолпон сказала, что сумма цифр её возраста равна 3. Сколько лет Чолпон?

 **122.** Отвечая на вопрос «Сколько вам лет?», дедушка Бекболот сказал, что сумма цифр его возраста равна 17. Сколько лет дедушке Бекболоту?

 **123.** Отвечая на вопрос «Когда твой день рождения?», Витя сказал, что он родился в конце мая, а сумма цифр дня его рождения равна 10. Определите день рождения Вити.

 **124.** Отвечая на вопрос «Когда твой день рождения?», Таня сказала, что она родилась в декабре, а сумма цифр дня её рождения равна 7. Можно ли определить день рождения Тани?

5.6. Определение возраста

Задача

Отвечая на вопрос «Сколько вам лет?», Марина Юрьевна сказала: «Если от моего возраста отнять возраст моей правнучки, то получится 81, причём её возраст записывается теми же двумя цифрами, что и мой». Сколько лет Марине Юрьевне в этот момент?

Решение

Так как разность равна 81, возраст прабабушки будет больше. Если он равен 82 или 83, или 84... или 89, то, переставив цифры, получим или 28, или 38, или... 98. В этих случаях разность не может быть равна 81.


Следующий возможный вариант – 90 лет. Переставив цифры, получим 09. Согласно правилам чтения чисел, 09 так же, как и 009, 0009 и так далее – это число 9. Соответствующая разность $90 - 09 = 81$. Итак, Марине Юрьевне 90 лет, правнучке – 9 лет.

Для того чтобы закончить решение, нужно убедиться в том, что других решений нет – что числа 91, 92, 93... 99 не удовлетворяют условиям.

125. Отвечая на вопрос «Сколько вам лет?», бабушка Калича сказала: «Если от моего возраста отнять возраст моего правнука, то получится 72, причём его возраст записывается теми же двумя цифрами, что и мой». Сколько лет бабушке Каличе в этот момент?

Выберите правильный ответ:

- а) 81; с) 83; е) верны ответы b и d;
b) 80; d) 91; f) все предыдущие ответы неверны.

 **126.** Отвечая на вопрос «Сколько вам лет?», бабушка Кульнаар сказала: «Если от моего возраста отнять возраст моего правнука, то получится 99, причём его возраст записывается теми же цифрами, что и мой». Сколько лет бабушке Кульнаар в этот момент?

Выберите правильный ответ:

- а) 100; с) 120; е) верны все предыдущие ответы;
b) 110; d) 130; f) все предыдущие ответы неверны.

5.7. Римские цифры

В младших классах, как правило, запрещают использовать пальцы при счёте. Видимо, есть какие-то основания поступать так, но это не соответствует истории развития математики. Ведь десятичная система стала основной, потому что при счёте люди использовали пальцы. Знаменитый математик Н. Н. Лузин говорил: «Преимущества десятичной системы не математические, а зоологические. Если бы у нас на руках были не десять, а восемь пальцев, то человечество пользовалось бы восьмеричной системой».

Яркой иллюстрацией того, что пальцы человека породили десятичную систему, служит следующая любопытная иллюстрация таблицы умножения.

Для того чтобы умножить на 9, положите руки перед собой. Теперь, сгибая один палец, получите результат умножения номера этого пальца, если считать слева направо, на 9.

Результатом будет число, количество десятков которого равно количеству пальцев, лежащих левее согнутого пальца, а количество единиц будет равно количеству пальцев, лежащих правее согнутого пальца.



Так, если согнуть средний палец левой руки – 3-й по счёту, то левее будут 2 пальца, правее – 7. Итак, мы видим результат: $3 \cdot 9 = 27$.

Если же согнуть средний палец правой руки – 8-й по счёту, то левее будут 7 пальцев, правее – 2. В результате имеем: $8 \cdot 9 = 72$.

Стоит отметить, что человечество не сразу пришло к позиционной системе исчисления. Во многих древних системах знаки для единиц, десятков и сотен были не похожи друг на друга. При такой записи числа знаки можно было располагать в любом порядке, значение записанного числа при этом не менялось. Такие системы называются непозиционными. Ими пользовались древние египтяне, греки, славяне и многие другие народы.

Одна из этих систем до сих пор широко используется – это так называемые *римские цифры*. В этой системе единица обозначается так: I.



Для того чтобы написать число три, мы пишем три такие палочки: III. Число пять обозначается V, число десять – X, пятьдесят – L, сто – C, пятьсот – D, тысяча – M. Поэтому запись XXXVII означает число тридцать семь; MDCCCXVIII – тысяча восемьсот восемнадцать. Понятно, что это довольно громоздкая система. Числа, записанные в такой форме, сложно перемножать и делить.

В наше время их, как правило, используют для нумерации. Вы, возможно, видели надписи вида «XX век», очень часто места на пьедестале почёта для победителей спортивных состязаний обозначены римскими числами. При этом при записи римскими цифрами всё же используются элементы позиционного исчисления:

- знаки, обозначающие большие числа, пишутся раньше;
- подряд один знак ставится не более трёх раз;
- один раз знак, выражающий меньшее число, может быть написан раньше – это означает, что его значение должно быть вычтено: IV – это четыре; XIX – это девятнадцать; CCCXCVII – это триста девяносто семь.

127. Запишите числа, используя арабскую систему.

- a) II c) IX e) XXVIII g) CXCV
b) VIII d) XII f) LXI

128. Запишите числа, используя римские цифры.

- a) 7 c) 18 e) 141 g) 273
b) 9 d) 62 f) 99

129. Верно ли равенство?

- a) $77 - 7 = 7$
- b) $XX - X = X$



130. Запишите числа, используя арабскую систему.

- a) III c) X e) XXIV g) CXLV
- b) VII d) XI f) CLX



131. Запишите числа, используя римские цифры.

- a) 6 c) 17 e) 151 g) 327
- b) 14 d) 73 f) 95



132. Верно ли равенство?

- a) $999 - 99 = 9$
- b) $CCC - CC = C$



133. Запишите возраст членов вашей семьи римскими цифрами.



1. Что за цифра-акробат: на голову встанет – на три больше станет?
2. Цифра вроде буквы О –
Это нуль иль ничего.
Единица не в почёте –
Меньше нет числа при счёте.
Если ж мы им подсобим,
Рядом, слева от нуля
Единицу примостим –
Вместе больше станут весить,
Потому что это
3. Если взять два натуральных числа: 56 и 0, то их произведение будет больше, чем их сумма. Найдите две ошибки в этом высказывании.
4. Возраст бабушки равен максимальному двузначному числу, записанному разными цифрами, возраст дедушки – минимальному трёхзначному числу, записанному разными цифрами. Сколько лет бабушке и дедушке?
5. Запишите наименьшее и наибольшее пятизначные числа.
6. Сколько раз к наибольшему однозначному числу надо прибавить наибольшее двузначное число, чтобы получить наибольшее трёхзначное число?
7. Из числа 567 123 489 вычеркните 3 цифры так, чтобы получившееся число было максимально возможным (наибольшим).
8. Из числа 567 123 489 вычеркните 4 цифры так, чтобы получившееся число было минимально возможным (наименьшим).
9. Из числа 567 894 213 вычеркните 5 цифр так, чтобы получившееся число было максимально возможным (наибольшим).
10. Из числа 56 712 834 915 вычеркните 6 цифр так, чтобы получившееся число было минимально возможным (наименьшим).
11. Сколько существует двузначных натуральных чисел, в записи которых цифра 7 использована хотя бы 1 раз?
12. Сколько существует трёхзначных натуральных чисел, в записи которых цифра 7 использована хотя бы 1 раз?

13. Вова терпеливо выписал все четырёхзначные числа, цифры которых идут в убывающем порядке. Чему равна разность между самым большим и самым маленьким из этих чисел?

14. Отвечая на вопрос «Сколько вам лет?», бабушка Майрам сказала: «Если от моего возраста отнять возраст моего правнука, то получится 90, причём его возраст записывается теми же цифрами, что и мой». Сколько лет бабушке Майрам в этот момент?

Выберите правильный ответ:

- a) 101; c) 103; e) верны все предыдущие ответы;
b) 102; d) 104; f) все предыдущие ответы неверны.

15. Отвечая на вопрос «Сколько вам лет?», бабушка Аген сказала: «Если от моего возраста отнять возраст моего праправнука, то получится 81, причём его возраст записывается теми же тремя цифрами, что и мой». Сколько лет бабушке Аген в этот момент?

16. В харчевню пришли 11 человек и потребовали подать им рыбы. «К сожалению, у меня всего три небольшие рыбы, но если вы хотите, я могу подать на стол одиннадцать», – сказал хозяин. Гости заинтересовались этим и даже согласились уплатить деньги вперёд. Как хозяин харчевни выполнил своё обещание?

17. Как сделать из двух спичек десять?

18. Как сделать из трёх спичек шесть? А четыре?

19. Как сделать из четырёх спичек семь? А двенадцать?

20. Незнайка из спичек составил числовое равенство, а Знайка решил подшутить над ним и переставил одну спичку. Вот что в итоге получилось: VI – IV = XI. Каким было исходное равенство?

§ 6. Скорость, время, работа

6.1. Зависимость расстояния от времени

Задача

Михаэль Шумахер¹ едет со скоростью 90 км/час. (Вы, конечно, это знаете, но на всякий случай напомним, что обозначение **км/час** означает **километров в час**.) Шумахер, конечно, может ехать гораздо быстрее, но на соревнованиях, а в обычной жизни он соблюдает правила. Сколько километров он проедет за: а) 2 часа; б) 4 часа; с) 5 часов?

Решение

За 2 часа Шумахер проедет $90 \cdot 2 = 180$ км; за 4 часа он проедет $90 \cdot 4 = 360$ км; за 5 часов он проедет $90 \cdot 5 = 450$ километров.


Вышеприведённое решение можно обобщить, написав формулу $S = 90t$. Здесь S – расстояние, которое М. Шумахер проедет за время t со скоростью 90 км/час.

Подставляя в эту формулу значения времени, мы можем узнавать, сколько километров проехал М. Шумахер за означенное время.

Так, если $t = 3$, то $S = 90 \cdot 3 = 270$. Эта запись означает, что за 3 часа Михаэль Шумахер проедет 270 километров.

134. Автобус едет со скоростью 70 км/час. Сколько километров он проедет за:

- а) 3 часа; б) 4 часа; с) 8 часов; д) 17 часов?

 **135.** Спортсмен бежит со скоростью 320 м/мин. Сколько метров он пробежит за:

- а) 3 мин; б) 14 мин; с) 28 мин; д) 33 мин?

6.2. Зависимость расстояния от скорости



Задача

Маша решила совершить двухчасовую поездку на велосипеде. Сколько километров она проедет, если будет двигаться со скоростью:

- а) 10 км/час; б) 15 км/час; с) 21 км/час?

¹ Михаэль Шумахер – выдающийся автогонщик, многократный чемпион мира в классе «Формула-1».

Решение

Все ответы можно получить, используя формулу $S = vt$.

Здесь S – длина пути, который проедет Маша за 2 часа, если будет двигаться со скоростью v .

Так, в случае а: $S = 10 \cdot 2 = 20$ км;

в случае б: $S = 15 \cdot 2 = 30$ км;

в случае с: $S = 21 \cdot 2 = 42$ км.

136. Паша решил совершить 30-минутную прогулку на лыжах. Сколько метров он пройдёт, если будет двигаться со скоростью:

- а) 150 м/мин; б) 125 м/мин; в) 171 м/мин; г) 143 м/мин?



137. Оксана решила совершить 15-минутную поездку на автомобиле. Сколько метров она проедет, если будет двигаться со скоростью:

- а) 1150 м/мин; б) 925 м/мин; в) 1671 м/мин; г) 1330 м/мин?

6.3. Нахождение расстояния

Задача

Сатымкул Джуманазаров¹, готовясь к очередным соревнованиям, в первый день бегал 2 часа со скоростью 17 км/час, во второй – 3 часа со скоростью 14 км/час, в третий – 4 часа со скоростью 12 км/час. Сколько всего километров пробежал Сатымкул за три дня?

Решение

Для того чтобы узнать расстояние, которое каждый день пробегал Сатымкул Джуманазаров, обобщим результаты 1-го и 2-го примеров и напишем формулу $S = vt$. Тогда результат первого дня: $17 \cdot 2 = 34$ км, второго: $14 \cdot 3 = 42$ км, третьего: $12 \cdot 4 = 48$ км. Итак, за 3 дня Джуманазаров пробежал $34 + 42 + 48 = 124$ км.

138. Санжар в первый день ехал 4 часа со скоростью 77 км/час, во второй – 3 часа со скоростью 84 км/час. Сколько всего километров проехал Санжар за два дня?



139. Майкл Фелпс², готовясь к очередным соревнованиям, в первый день плавал 4 часа со средней скоростью 70 м/мин, во второй – 3 часа со средней скоростью 84 м/мин, в третий – 5 часов со средней скоростью 62 м/мин. Сколько всего метров проплыл Майкл за три дня?

¹ Сатымкул Джуманазаров – выдающийся кыргызский спортсмен. Является единственным представителем стран бывшего Советского Союза, ставшим призёром Олимпийских игр в марафонском беге.

² Майкл Фелпс – самый титулованный пловец, многократный чемпион мира и Олимпийских игр.

6.4. Определение времени или скорости по расстоянию

Довольно часто приходится рассматривать и обратные задачи – задачи, в которых по известному расстоянию нужно найти скорость или время.

Задача

1. Самолёт пролетел 2511 км за 3 часа. С какой скоростью летел самолёт?
2. Бегун пробежал 3000 м со средней скоростью 375 м/мин. Сколько времени он затратил?

Решение

1. Подставив данные задачи в формулу $S = vt$, получим: $2511 = v \cdot 3$. Отсюда получаем, что скорость самолёта была $v = 2511 : 3 = 837$ км/час.

Примечание

Может оказаться, что какое-то время самолёт летел быстрее, чем 837 км/час, какое-то время – медленнее. Для того чтобы подчеркнуть этот факт, говорят, что 837 км/час – это **средняя скорость** самолёта.

2. Из формулы $S = vt$, получим: $3000 = 375 t$. Тогда $t = 8$ мин.

Формула $S = v \cdot t$ (+) определяет расстояние, пройденное за время t при скорости v .

Обратными к формуле (+) являются формула $v = S : t$, позволяющая определить скорость по расстоянию S , пройденному за время t , а также формула $t = S : v$, по которой можно найти время, потраченное на то, чтобы со скоростью v преодолеть расстояние S .

140. Заполните таблицу.

S	90 км	512 м		1236 км		327 м
v		16 м/сек	77 км/час		3 см/сек	3 м/мин
t	6 часов		8 часов	12 часов	37 сек	



141. Заполните таблицу.

S	790 м	5121 км		1260 м		3280 км
v		9 км/час	7 м/сек		23 м/сек	40 км/мин
t	5 часов		18 сек	12 мин	17 сек	

6.5. Определение скорости

Задача

Мурат едет на велосипеде из Балыкчы в Каракол. Первую часть пути он проехал за три часа со скоростью 17 км/час ; вторую – за четыре часа. В результате он оказался на расстоянии 109 км от Каракола. С какой скоростью он проехал вторую часть пути? Расстояние от Балыкчы до Каракола – 220 км .

Решение

Для того чтобы найти ответ, во-первых, определим длину первой части пути: $17 \cdot 3 = 51 \text{ км}$; затем – длину второй части: $220 - 109 - 51 = 60 \text{ км}$. Итак, скорость Мурата на второй части пути была равна $60 : 4 = 15 \text{ км/час}$.

142. Саша решил пробежать от Кара-Балты до Бишкека. Первую часть пути он пробежал за четыре часа со скоростью 9 км/час ; вторую – за два часа. В результате он оказался на расстоянии 4 км от Бишкека. С какой скоростью он пробежал вторую часть пути? Расстояние от Кара-Балты до Бишкека – 60 км .



143. Санжар едет на автомобиле к родственникам в Ош. Первые 130 км пути он проехал за два часа, вторую часть – с той же скоростью за 1 час, оставшуюся часть пути – за три часа. С какой скоростью он проехал последнюю часть пути, если вся дорога составила 420 км ?



144. Составьте и решите задачи на определение скорости, используя расстояние от вашего населённого пункта до соседних.

6.6. Объём работы

Практически всё, что мы обсуждали, рассматривая связь времени, скорости и расстояния, имеет место и во многих других ситуациях.

Так, это имеет место, когда мы говорим о работе, производительности труда и времени. Дело в том, что производительность труда – это скорость, с которой работают.

Формула

$$A = P \cdot t$$

(++)

определяет объём выполненной работы A за время t при производительности труда P .

Обратными к формуле (++) являются формула $P = A : t$, позволяющая определить производительность труда по объёму работы A , выполненной за время t , а также формула $t = A : P$, по которой можно найти время, потраченное на выполнение объёма работы A при производительности труда P .

145. Рабочий изготавливает 12 деталей в час. Сколько деталей он изготовит за:

- а) 2 часа; б) 4 часа; в) 5 часов?

146. Тракторист отработал 8 часов. Сколько гектаров (*га*) земли он вспахал, если производительность его труда:

- а) 8 *га/час*; б) 11 *га/час*; в) 17 *га/час*?



147. Экскаватор копает 7 метров канавы в час. Сколько метров он выкопает за:

- а) 12 часов; б) 23 часа; в) 35 часов?



148. Машинистка проработала 6 часов. Сколько страниц текста она напечатала, если производительность её труда:

- а) 15 *стр/час*; б) 21 *стр/час*; в) 37 *стр/час*?



149. Составьте и решите две задачи, используя данные из таблицы.

Работа		
Производительность	80 юбок/час	6 самолётов/месяц
Время	16 часов	1 год

6.7. Нахождение времени по объёму работы



Задача

Асан может изготовить 3 табуретки за 2 дня. Сколько времени ему понадобится для того, чтобы изготовить 15 табуреток?

Решение

В этой задаче 15 табуреток – объём работы A , 3 табуретки за 2 дня – производительность труда P .

Тогда по формуле (++): $15 = 3t$.

Отсюда получим, что $t = 5$. Так как t – это период времени, равный двум дням, Асану для изготовления 15 табуреток понадобится 5 раз по 2 дня, то есть 10 дней.

150. Тракторист вспахал четверть поля за 3 дня. За сколько дней он вспашет 2 таких поля?

151. Три швеи сшили шесть платьев за 6 дней. Сколько платьев сошьют шесть швей за 3 дня?



152. Комбайн скосил половину поля за 2 дня. За сколько дней он скосит 3 таких поля?



153. Четыре пятиклассника съели четыре пирожка за четыре минуты. Сколько пирожков съедят восемь пятиклассников за 8 минут?



154. Составьте и решите четыре задачи, используя данные из таблицы.

Работа	90 брук	156 лепёшек	123 трактора	325 тонн
Производительность		6 лепёшек/мин		25 т/час
Время	5 часов		41 час	

6.8. Производительность труда

Задача

Гульнара должна проверить 47 тетрадей с домашними заданиями. Первую пачку тетрадей она проверила за 1 час со скоростью 2 тетради за 5 минут; вторую – за полчаса. После этого ей осталось проверить 5 тетрадей. Сколько тетрадей за 5 минут проверяла Гульнара при работе со второй пачкой?



Решение


Так как в одном часе 60 минут, для проверки первой пачки тетрадей Гульнара использовала $60 : 5 = 12$ пятиминуток. Следовательно, в первой пачке было $12 \cdot 2 = 24$ тетради.


Поэтому во второй пачке было $47 - 24 - 5 = 18$ тетрадей.

В половине часа $30 : 5 = 6$ пятиминуток. Отсюда получаем, что при проверке второй пачки Гульнара тратила 5 минут на $18 : 6 = 3$ тетради.

155. Комбайнёр должен скосить 97 га пшеницы. В первый день он косил 7 часов со скоростью 5 га/час. Во второй день он косил 6 часов – и после этого ему осталось скосить 26 га. С какой скоростью работал комбайнёр во второй день?

156. Гульниссо должна решить 33 задачи. В первый день она за три часа решила 12 задач. Во второй день она с той же производительностью занималась задачами четыре часа. Сколько задач ей осталось решить после этого?

 **157.** Тракторист должен вспахать 76 га. В первый день он пахал 7 часов со скоростью 7 га/час. Во второй день он закончил работу за 3 часа. С какой скоростью работал тракторист во второй день?

 **158.** Анара должна придумать 24 задачи. В первый день она за шесть часов придумала 8 задач. Во второй день она придумала 12 задач. Сколько времени она истратила на задачи в третий день, если она закончила работу, придумывая задачи с той же производительностью, что и в первый день?

6.9. Производительность труда. Продолжение

Задача

Темир стрижёт 12 овец в день. Сколько овец в день стриг Бакыт, если известно, что за 8 дней он состриг шерсть со столько овец, со скольких Темир состриг за 10 дней?


Решение

Ответ на вопрос легко получить, если сообразить, что за 2 дня Темир остриг $2 \cdot 12 = 24$ овцы. Следовательно, в течение последующих 8 дней Бакыт обработал на 24 овцы больше. То есть он стриг на $24 : 8 = 3$ овцы в день больше, и поэтому ответ: $12 + 3 = 15$ овец.

Эту задачу можно решить и по-другому.

За десять дней Темир состриг шерсть со $12 \cdot 10 = 120$ овец. Поэтому, обозначив через x количество овец, шерсть с которых ежедневно состригал Бакыт, получаем уравнение $8x = 120$. Отсюда: $x = 15$.

159. Эльмира стрижёт 9 баранов в день. После того как Эльмира состригла шерсть с 27 баранов, к стрижке баранов приступила Зарина. Через 9 дней работы Зарины обнаружилось, что Зарина обработала на 18 баранов меньше, чем Эльмира. Сколько баранов в день стригла Зарина?

 **160.** Энвер пропалывает 5 метров картошки в минуту. Через 7 минут после Энвера к работе приступила Люба. После того как Люба проработала 33 минуты, выяснилось, что Энвер прополот на 101 метр больше. Сколько метров картошки в минуту пропалывала Люба?



1. Двигаясь равномерно, Олег преодолел 798 м от дома до школы за 7 минут. Его соседка Оля тоже двигалась равномерно и добралась до школы за 57 минут. На сколько метров в минуту быстрее стремительный бег в школу Олега, чем тихий и размеренный шаг Оли?
2. Общее расстояние, которое Салтанат и Назгуль прошли за 8 часов, равно 30 000 м. Определите среднюю скорость Салтанат, зная, что средняя скорость Назгуль – 1950 м/час.
3. От Сашиного дома до школы 1500 м. До начала занятий осталось 30 минут. С какой скоростью должен двигаться Саша, придумывая уважительную причину, чтобы прийти в школу после первого урока – контрольной по математике? Продолжительность урока – 45 минут.
4. Досаалы приехал из Оша в Бишкек за 9 часов. Первые 2 часа он двигался со скоростью 75 км/час, скорость в последующие 4 часа была меньше на 8 км/час, а остаток пути он преодолел со скоростью 85 км/час. Сколько километров проехал Досаалы?
5. Канай проехал 302 км от Бишкека до Таласа за 4 часа. Первые 2 часа он двигался со скоростью 80 км/час. С какой скоростью он проехал остаток пути?
6. За сколько часов Чолпон проехала 908 км от Бишкека до Баткена? Известно, что первые 10 часов она проехала со скоростью 71 км/час, а остаток пути она преодолела со скоростью 66 км/час.
7. Расстояние от домика Тигры до домика Иа – 616 м. Тигра проходит это расстояние за 7 минут, а Иа – за 8 минут. На сколько метров в минуту скорость Тигры больше скорости Иа?
8. Парикмахерская за час обслуживает 27 клиентов. Сколько клиентов будет обслужено: а) за 3 часа; б) за 4 часа; в) за 8 часов?
9. Какова производительность труда рабочего, который за 8 часов изготовил: а) 520 кирпичей; б) 1264 кирпича; в) 1712 кирпичей?
10. Сколько часов работала бригада швей, которая сшила 2814 сорочек, если их производительность: а) 7 сорочек в час; б) 6 сорочек в час; в) 67 сорочек в час?
11. Три толстяка пообедали 3 часа. За это время первый съел 21 вареник, второй съел 7 вареников в час. Сколько вареников в час съел третий толстяк, если он съел столько, сколько первый и второй вместе?

§ 7. Порядок действий, скобки

7.1. Порядок арифметических действий



Задача

Винни-Пух купил 5 горшочков мёда по цене 174 сома за каждый. Сколько денег осталось у Винни, если у него была тысяча сомов?

Собираясь после уроков решить эту задачу, Знайка написал на доске соответствующее числовое выражение:

$$1000 - 174 \cdot 5 =$$

В этот момент его позвали, и Знайка вышел из класса.

Через некоторое время в этот класс заглянул Незнайка и дописал свой вариант решения: он произвёл вычитание: $1000 - 174 = 826$, а затем умножил результат на пять: $826 \cdot 5 = 4130$.

Решение

Так как мы, в отличие от Незнайки, знаем условие задачи, то для нас очевидна абсурдность полученного решения – у Винни-Пуха была тысяча сомов, он совершил покупку, и в итоге у него оказалось 4130 сомов!

Конечно, дело в том, что Незнайка нарушил правило, которое гласит: **умножение и деление должны выполняться раньше, чем сложение и вычитание.**

Ошибку Незнайки исправил вернувшийся Знайка:

$$1000 - 174 \cdot 5 = 1000 - 870 = 130 \text{ сомов.}$$

Столько денег осталось у Винни-Пуха.

При вычислениях умножение и деление выполняются раньше, чем сложение и вычитание.

Сложение и вычитание выполняются в том порядке, в котором они записаны:

$$15 - 7 + 4 = 8 + 4 = 12, \text{ но никак не } 15 - 7 + 4 = 15 - 11 = 4.$$

То же можно сказать и об умножении и делении:

$$512 : 4 \cdot 2 = 128 \cdot 2 = 256, \text{ но никак не } 512 : 4 \cdot 2 = 512 : 8 = 64.$$

161. Вычислите.

a) $2 + 8 \cdot 5 =$

b) $3 \cdot 51 - 8 =$

c) $13 \cdot 15 - 74 =$

d) $135 - 7 \cdot 4 =$

e) $103 \cdot 11 - 27 \cdot 4 =$

f) $34 \cdot 50 + 17 \cdot 4 =$

g) $315 - 7 \cdot 14 + 102 =$

h) $5123 - 44 - 19 \cdot 8 =$

i) $19 \cdot 25 + 714 - 3 \cdot 75 =$

j) $44 \cdot 17 - 21 \cdot 4 \cdot 5 - 7 \cdot 4 =$



162. Вычислите.

a) $21 + 8 : 2 =$

g) $315 : 3 \cdot 4 + 12 =$

b) $3 \cdot 5 - 8 =$

h) $512 - 129 \cdot 8 : 3 =$

c) $143 : 11 + 7 =$

f) $34 : 2 + 7 \cdot 14 =$

d) $13 \cdot 5 - 47 =$

i) $19 \cdot 5 + 72 : 3 \cdot 5 =$

e) $99 \cdot 11 - 7 \cdot 41 =$

j) $4 \cdot 17 - 21 \cdot 4 : 7 - 7 \cdot 6 =$

7.2. Скобки

Задача

Отправляясь на бал в королевский дворец, мачеха, помимо других заданий, велела Золушке выполнить ещё 3 упражнения, с которыми не справились её дочери:

1) $27\ 923\ 567\ 819 + 92\ 345\ 682\ 135 - 92\ 345\ 682\ 133 =$

2) $92\ 356\ 781\ 329 - 75\ 534\ 562\ 135 + 75\ 534\ 562\ 131 =$

3) $923 \cdot 56\ 781\ 329 - 923 \cdot 56\ 781\ 327 =$

Увидев эти упражнения, Золушка совсем пала духом, но с помощью феи, которая научила её пользоваться «волшебными» скобками, легко справилась с заданием.

Мы вернёмся к этому примеру после перечисления свойств скобок.

Скобки – это обозначение, указывающее на то, что действия, заключённые в скобки, выполняются в первую очередь:

$$2 + 8 \cdot 5 = 2 + 40 = 42,$$

$$\text{но } (2 + 8) \cdot 5 = 10 \cdot 5 = 50;$$

$$105 - 5 \cdot 14 + 1 = 105 - 78 + 1 = 28,$$

$$\text{но } (105 - 5) \cdot (14 + 1) = 100 \cdot 15 = 1500.$$

Записывая левую скобку, мы «открываем» скобки, записывая правую – «закрываем» скобки.

Если сразу перед скобкой или после скобки стоят число или буква, или другая скобка, то между ними подразумевается знак умножения:

$$(21 + 8) \cdot 15 = (21 + 8)15;$$

$$(9 - 7) \cdot (14 + 1) = (9 - 7)(14 + 1).$$

163. Вычислите значение числового выражения.

a) $(2 + 8)5 =$

f) $3(40 + 17)4 =$

b) $3(51 - 18) =$

g) $(31 - 7)(14 + 12) =$

c) $13(15 - 7) =$

h) $(53 - 44)9 + 8 =$

d) $(35 - 7)4 =$

i) $2(25 + 14) - 35 =$

e) $10(11 - 7)4 =$

j) $4(17 - 2)(45 - 37) + 24 =$



164. Вычислите значение числового выражения.

- a) $(12 - 8)7 =$ f) $31(40 + 7)4 =$
 b) $(34 + 16)4 =$ g) $(13 + 7)(41 - 14) =$
 c) $3(25 - 7) =$ h) $(53 - 42)(9 - 7) =$
 d) $8(35 + 17) =$ i) $212 - 2(25 + 4) - 35 =$
 e) $12(11 - 6)7 =$ j) $(141 - 7) - 2 \cdot 45 - (17 + 24) =$

7.3. Одночлены и многочлены

Произведение нескольких чисел и букв называется **одночленом**.

Например: 15 , a , $2x$, cx , $3bc$, $15t$ – одночлены.

Сумма или разность одночленов называется **многочленом**.
 Понятно, что сумма или разность многочленов также будет многочленом.

Например:

$1 - 5x$; $2a + 3$; $2x - 6 + cx$; $7x - 2xy + 33 - 12uvw$ – многочлены.

165. Из множества M , элементами которого являются одночлены и многочлены, выпишите все одночлены.

$M = \{2; 2x + 8; 5f - 12; 4ac; 4 : a - c; 4 + a + c; 2y; 17 - s - t; 101a\}$

166. Заполните таблицу, используя 3 первых столбца как образец.

Одночлен	123	ac	$3xy$	77	15t		$35n$		$45gf$
Числовая часть	123	1	3				34		2678
Буквенная часть	–	ac	xy	–			c		–



167. Из множества M , элементами которого являются одночлены и многочлены, выпишите все одночлены.

$M = \{12 - x5 + t; 5f; 12; 24 + ac; 9rp; 41c; 2y - 7; 517st\}$



168. Заполните таблицу.

Одночлен	2453		$35xyz$		$1675t$		$935stn$		
Числовая часть			77		49		234		2678 1
Буквенная часть	–		kl		mn		fc		– klm

7.4. Ставим скобки

Когда мы заключаем в скобки многочлен, то

- если перед одночленом, с которого начинается наш многочлен, стоит знак «+» или нет никакого знака, то все знаки «+» и «-» внутри многочлена остаются неизменными:

$$19 - 24 : 2 + 714 - 3 \cdot 75 = (19 - 24 : 2 + 714 - 3 \cdot 75);$$

$$19 - 2 \cdot 25 + 72 : 4 - 3 \cdot 75 = (19 - 2 \cdot 25) + (72 : 4 - 3 \cdot 75);$$

$$19 - 2 \cdot 25 + 71 : 4x - 3 \cdot 75 = (19 - 2 \cdot 25 + 71 : 4x) - 3 \cdot 75;$$

- если перед одночленом, с которого начинается наш многочлен, стоит знак «-», то внутри многочлена все знаки «+» меняются на знак «-», и наоборот:

$$19 - 24 : 2 + 714 - 3 \cdot 75 = 19 - (24 : 2 - 714 + 3 \cdot 75);$$

$$19 - 2a - 25 + 7 : c + 14 - 3 \cdot 75 = 19 - 2a - (25 - 7 : c - 14 + 3 \cdot 75).$$

169. Верны ли равенства?

a) $12 + 99 - 77 = 12 + (99 - 77)$

b) $133 - 27a + 86 = 133 - (27a + 86)$


c) $4 : x + 54 - 52 - y = 4 : x + (54 - 52 + y)$

d) $10c - 31a - 7 = 10c - (31a + 7)$

170. В числовое выражение $5 \cdot 12 - 6 : 3$ добавьте скобки так, чтобы результат был равен: а) 10; б) 18; с) 50.

171. В числовое выражение $7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2$ добавьте скобки так, чтобы результат был равен: а) 23; б) 75; с) 89.

172. В числовое выражение $270 + 120 + 390 : 3 \cdot 5$ добавьте скобки так, чтобы результат был равен: а) 1120; б) 416; с) 1300.


 **173.** Верны ли равенства?


a) $12x + 19 - 7c - y = 12x + (19 - 7c) + y$


b) $33 - 7u + 8v = 33 - (7u - 8v)$

c) $41b - 5 : d - 12 + n = 41b - (5 : d + 12 + n)$

d) $c + 3a - 7 - m = (c + 3a) - (7 + m)$

 **174.** В числовое выражение $1500 : 25 - 10 \cdot 2$ добавьте скобки так, чтобы результат был равен: а) 300; б) 200; с) 100.

 **175.** В числовое выражение $79 - 12 \cdot 3 + 42 : 6$ добавьте скобки так, чтобы результат был равен: а) 66; б) 208; с) 36.

 **176.** В числовое выражение $60 \cdot 5 + 12 - 9 : 3$ добавьте скобки так, чтобы результат был равен: а) 301; б) 1017; с) 101.

7.5. Вынесение за скобки

Если одночлены, образующие многочлен, имеют общий множитель, то его можно вынести за скобки и записать перед или сразу после скобок:

$$19 \cdot 25 + 3 \cdot 25 = (19 + 3)25 = 22 \cdot 25 = 550;$$

$$12 \cdot 75 - 3 \cdot 75 = (12 - 3)75 = 9 \cdot 75 = 675;$$

$$19 - 30 \cdot 15 - 3 \cdot 15 + 32 \cdot 15 = 19 - 15(30 + 3 - 32) = 19 - 15 = 4;$$

$$9x + 30x - 5 = (9 + 30)x - 5 = 39x - 5;$$

$$19a + 19d - 17 = 19(a + d) - 17;$$

$$15a - 3y - 12a - 32y = 15a - 12a - 3y - 32y = \\ = (15 - 12)a - (3 + 32)y = 3a - 35y.$$

177. Вынесите общий множитель.

a) $30x - 30y =$

d) $21t + 8t - 6t =$

b) $6x - 5x + 46 =$

e) $15y + 9 + 9x - 8y + 5x - 6 =$

c) $7c + 3c - 5c - 4 =$



178. Вынесите общий множитель.

a) $30x - 3x =$

d) $21t + 8t - 29s =$

b) $16x - 5 + 4x =$

e) $91x + 15 + 9y - 8 - 51x - 6y =$

c) $17c + 3 - 5c - 4c =$

7.6. Использование общего множителя

Задача

Требуется вычислить значение числового выражения:

$$999 \cdot 998 - 998 \cdot 997 + 997 \cdot 996 - 996 \cdot 995 + 995 \cdot 994 - 994 \cdot 993 + \\ + 993 \cdot 992 - 992 \cdot 991.$$

Решение

Для этого расставим скобки:

$$(999 \cdot 998 - 998 \cdot 997) + (997 \cdot 996 - 996 \cdot 995) + \\ + (995 \cdot 994 - 994 \cdot 993) + (993 \cdot 992 - 992 \cdot 991)$$

и вынесем общий множитель из каждой скобки:

$$998(999 - 997) + 996(997 - 995) + 994(995 - 993) + 992(993 - 991).$$

Так как выражение внутри каждой скобки равно двум, получим $998 \cdot 2 + 996 \cdot 2 + 994 \cdot 2 + 992 \cdot 2$.

Ещё раз вынесем общий множитель:

$$2(998 + 996 + 994 + 992) \text{ — и затем получим ответ:} \\ 2 \cdot 3980 = 7960.$$

179. Вычислите значение числового выражения.

a) $30 \cdot 15 - 3 \cdot 15 + 27 \cdot 5 =$

b) $56 \cdot 13 - 56 \cdot 7 + 4 \cdot 6 =$

c) $24 \cdot 67 + 53 \cdot 24 - 50 \cdot 24 =$

d) $214 \cdot 77 + 86 \cdot 84 - 86 \cdot 7 =$

e) $9 \cdot 8 \cdot 7 - 8 \cdot 7 \cdot 6 + 7 \cdot 6 \cdot 5 - 6 \cdot 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 3 - 4 \cdot 3 \cdot 2 =$



180. Вычислите значение числового выражения.

a) $30 \cdot 15 - 30 \cdot 5 - 299 =$

b) $6 \cdot 63 + 54 \cdot 63 - 3 \cdot 60 =$

c) $24 \cdot 67 + 67 \cdot 6 - 30 \cdot 24 =$

d) $86 \cdot 77 - 86 \cdot 4 - 86 \cdot 13 =$

e) $99 \cdot 98 + 98 \cdot 97 - 97 \cdot 96 - 96 \cdot 99 =$

7.7. Упрощение вычислений при помощи скобок

Возвращаемся к Золушке (к пункту 7.2) и видим, что «очень трудные» упражнения становятся совсем простыми, если воспользоваться скобками:

1) $27\,923\,567\,819 + 92\,345\,682\,135 - 92\,345\,682\,133 =$
 $= 27\,923\,567\,819 + (92\,345\,682\,135 - 92\,345\,682\,133) =$
 $= 27\,923\,567\,819 + 2 = 27\,923\,567\,821.$

2) $92\,356\,781\,329 - 75\,534\,562\,135 + 75\,534\,562\,131 =$
 $= 92\,356\,781\,329 - (75\,534\,562\,135 - 75\,534\,562\,131) =$
 $= 92\,356\,781\,329 - 4 = 92\,356\,781\,325.$

3) $923 \cdot 56\,781\,329 - 923 \cdot 56\,781\,327 =$
 $= 923(56\,781\,329 - 56\,781\,327) =$
 $= 923 \cdot 2 = 1846.$

181. Выполните действия, используя скобки.

a) $912 + 789 - 779 =$

e) $252 \cdot 1234 - 250 \cdot 1234 =$

b) $5613 - 287 + 286 =$

f) $252 \cdot 1234 - 252 \cdot 234 =$

c) $4767 + 5124 - 5024 =$

g) $250 \cdot 1234 + 250 \cdot 766 =$

d) $77210 - 31657 + 31607 =$

h) $52 \cdot 1234 + 48 \cdot 1234 =$



182. Выполните действия, используя скобки.

a) $7791 + 893 - 890 =$

e) $1232 \cdot 134 - 1232 \cdot 131 =$

b) $6133 - 877 + 867 =$

f) $252 \cdot 11234 - 250 \cdot 11234 =$

c) $2465 + 1247 - 247 =$

g) $120 \cdot 345 + 120 \cdot 155 =$

d) $23170 - 16574 + 16174 =$

h) $5248 \cdot 24 + 5248 \cdot 76 =$

7.8. Скобки внутри скобок

Иногда могут использоваться несколько скобок. В этих случаях вычисления начинаются с самых внутренних скобок:

$$(3 - (15 - 13)) \cdot 5 - 4 = (3 - 2) \cdot 5 - 4 = 1 \cdot 5 - 4 = 5 - 4 = 1;$$
$$(25 - 3(2 + (15 - 13))) = (25 - 3(2 + 2)) = (25 - 3 \cdot 4) = 13.$$



В таких ситуациях для того, чтобы не путаться, удобно использовать не только круглые (...), но и квадратные [...], и фигурные {...} скобки. В математике все эти скобки равноправны, и не стоит говорить, что какие-то из них главнее.

Во всех случаях вычисления начинаются с самых внутренних скобок:

$$3 + [7 - (9 - 7)] \cdot 2 = 3 + [7 - 2] \cdot 2 = 3 + 5 \cdot 2 = 13;$$
$$\{25 - 3[2 + (15 - 13)]\} = \{25 - 3[2 + 2]\} = \{25 - 3 \cdot 4\} = 13.$$

Стоит отметить, что нужно соблюдать порядок расстановки скобок.

Записи вида $[3 - (x - 13)] \cdot 5 - 2$, в которых непонятно, круглые скобки внутри квадратных или наоборот, недопустимы.

183. Вычислите.

a) $25 + 2[12 - 3(11 - 7)] =$	e) $3[2 + 5(71 - 5)] - 129 =$
b) $[15 - 4(12 - 9)] + 40 =$	f) $7 - \{[5 - 2(15 - 13)] + 9\} + 3 =$
c) $51 - 7[(15 - 7)2 - 9] =$	g) $[29 - 3(4 - 1)] - (12 + 2) =$
d) $[59 - 4(13 - 9)] - 40 =$	h) $27 - \{[5 - 2(15 - 13)] + 9\} + 3 =$



184. Вычислите.

a) $(25 + 2)[14 - 3(11 - 7)] =$	e) $[2 + 5(71 - 5)]5 - 1)2 =$
b) $2[(15 - 4)2 - 9] - 4 =$	f) $7 + 2\{[15 - 2(5 - 1)] + 9\} - 39 =$
c) $(11 - 3)2 - [(5 + 7)2 - 9] =$	g) $[9 - 3(4 - 1) - 12] + 2 =$
d) $[9 - 4(13 - 11)]7 - 4 =$	h) $17 - \{[(5 - 2)(15 - 13) - 1]2 + 5\} + 3 =$

7.9. Раскрываем скобки

Мы рассмотрели ситуации, в которых скобки «появляются». Оказывается, что очень часто приходится проделывать обратную операцию – «убирать» скобки. В этом случае на математическом языке говорят: **раскрывать скобки.**

$$\begin{aligned}2(x + 5) - 7(y - 3) &= \\&= 2x + 10 - 7y + 21 = \\&= 2x - 7y + 31\end{aligned}$$

$t = S : v$ $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$ $2x + 3y$
 $A = Pt$

При раскрытии скобок

- если перед или сразу после скобок стоит одночлен, то все одночлены внутри скобок нужно умножить на него:

$$(19 + x)25 = 19 \cdot 25 + 25x; 3a(x - 7) = 3ax - 21a;$$

- если перед скобками стоит знак «+» или нет никакого знака, то все знаки «+» и «-» перед одночленами внутри скобок остаются неизменными:

$$(91 + x) + 2c = 91 + x + 2c; 3 + a(x - 5) = 3 + ax - 5a;$$

- если перед скобками стоит знак «-», то внутри многочлена все знаки «+» меняются на знак «-», и наоборот:

$$3 - (15 - x)a - (3 + c)y = 3 - 15a + xa - 3y - cy.$$



Одночлены, имеющие одинаковую буквенную часть, называются **подобными**.

Процесс суммирования или вычитания подобных членов называется **приведением подобных членов**.

185. Раскройте все скобки и приведите подобные члены.

- | | |
|------------------------------|---------------------------------------|
| a) $9(a - 12) =$ | f) $[5 - 4(x - 9)] - 40 =$ |
| b) $13 + 2(7 - x) =$ | g) $\{[25x - 3(1 - y)] - z\} =$ |
| c) $7u - 6(2 + c) =$ | h) $\{2[5t + 2(15 - 3c)] - k\} + 3 =$ |
| d) $121 - (3 + y)17 =$ | i) $[2x - (4 - y)] - z =$ |
| e) $25 + 2[12 - 3(x - 7)] =$ | j) $\{21 - [5t - 2(5 - 3c)]\} + 3 =$ |

 **186.** Раскройте все скобки и приведите подобные члены.

- | | |
|---------------------------|--|
| a) $2(7 - a) =$ | f) $[(15 - 4x)2 - 9]2 - 40 =$ |
| b) $5x + 3 + 2(7 - x) =$ | g) $3[25 - x - 3(1 - y)] - 6 =$ |
| c) $7 - 3(2 + c) =$ | h) $\{2[5t + 2(15 - 3c) - k]\}7 + 3 =$ |
| d) $21y - (3 + y)17 =$ | i) $(2x - [4 - y])5 - z =$ |
| e) $2x + 25 + 3(x - 7) =$ | j) $3 - \{2[11 - 2(5 - 3c)] - 5t\} =$ |

7.10. Представление чисел с помощью скобок и арифметических действий

Задача

Выразить число 8 при помощи четырёх одинаковых цифр, знаков арифметических действий и скобок.

Решение


Вариантов много. Вот некоторые из них:


$$\begin{aligned} 8 &= 2 + 2 + 2 + 2; & 8 &= 3 \cdot 3 - 3 : 3; & 8 &= 4 + 4 + 4 - 4; \\ 8 &= 8 + (8 - 8) : 8; & 8 &= 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2; & 8 &= 4 \cdot 4 - 4 - 4; \\ 8 &= (4 + 4) : 4 \cdot 4; & 8 &= 6 + (6 + 6) : 6; & 8 &= 33 : 3 - 3. \end{aligned}$$

187. Выразите число 10 при помощи четырёх одинаковых цифр, знаков арифметических действий и скобок.

188. Выразите число 12 при помощи знаков арифметических действий, скобок, а также:

- пяти двоек;
- пяти троек;
- пяти пятнадцаток.

 189. Выразите число 11 при помощи пяти одинаковых цифр, знаков арифметических действий и скобок.

 190. Выразите число 13 при помощи шести одинаковых цифр, знаков арифметических действий и скобок.

7.11. Представление чисел с помощью скобок и арифметических действий. Продолжение

Задача

Алтынбек упражнялся в арифметике. Но, когда он ненадолго вышел, Айсулуу стёрла все знаки арифметических действий и скобки. Вот что получилось в итоге:

$$\begin{array}{llll} 12 = 3; & 1234 = 5; & 123456 = 7; & 12345678 = 9; \\ 123 = 4; & 12345 = 6; & 1234567 = 8; & 123456789 = 10. \end{array}$$

Восстановим исходную запись.

Решение

Решение этой задачи может выглядеть следующим образом:

$$\begin{array}{ll} 1 + 2 = 3; & 1 + 2 + 34 - 5 \cdot 6 = 7; \\ 12 : 3 = 4; & 1 \cdot 2 + 3 + 45 - 6 \cdot 7 = 8; \\ (1 + 2) : 3 + 4 = 5; & 12 \cdot 3 - 4 \cdot 5 - 6 + 7 - 8 = 9; \\ 12 : 3 : 4 + 5 = 6; & (1 + 2)3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 = 10. \end{array}$$

Стоит отметить, что предложенный вариант решения далеко не единственный. Например:

$$\begin{array}{ll} (1 + 2)3 - 4 = 5; & 1 + [(23 + 4 \cdot 5) + 6] : 7 = 8; \\ 1 + 2 \cdot 3 + 4 - 5 = 6; & 1 \cdot 2 + 3 + 4 + 56 - 7 \cdot 8 = 9; \\ [(1 + 2) : 3 + 4] : 5 + 6 = 7; & (1 + 2) : 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 - 9 = 10. \end{array}$$

Более того, несколько интересных вариантов получится, если увидеть, что в последнем равенстве действия возможны и справа. Тогда

$$\begin{array}{l} 123 - 4 - 5 - 6 \cdot 7 - 8 \cdot 9 = 1 \cdot 0, \text{ или} \\ 12 \cdot 3 : (4 + 5) + 6 + 7 - 8 - 9 = 1 \cdot 0, \text{ или} \\ 1 + 2 + 3 + 4 + 56 - 7 \cdot 8 - 9 = 1 + 0. \end{array}$$

191. Тынчбек упражнялся в арифметике. Но, когда он ненадолго вышел, Тамара случайно стёрла все знаки арифметических действий и скобки. Вот что получилось в итоге:

$$\begin{array}{llll} 123 = 9; & 12345 = 11; & 1234567 = 13; & 123456789 = 15. \\ 1234 = 10; & 123456 = 12; & 12345678 = 14; & \end{array}$$


Восстановите исходную запись.

192. Педро упражнялся в арифметике. Но, когда он ненадолго вышел, Анара случайно стёрла все знаки арифметических действий и скобки. Вот что получилось в итоге:

$$\begin{array}{ll} 123 = 4; & 123 = 4567; \\ 123 = 45; & 123 = 45678; \\ 123 = 456; & 123 = 456789. \end{array}$$


Восстановите исходную запись.

193. Вы, наверное, слышали, что, когда хитроумный Одиссей возвращался домой после Троянской войны, он с товарищами прошёл через ряд трудных испытаний. Нам в руки попался старинный документ, в котором повествуется об одном из неизвестных для широкой публики эпизодов. Они попали на волшебный остров Акадия. Акадики заявили, что их остров сможет покинуть только тот, кто с помощью знаков арифметических действий и скобок превратит запись $1234 = 56789$ в верное равенство. Остальные останутся на острове навечно. Акадики думали, что задача имеет только одно решение, и собирались отпустить только одного. А как вы думаете, сколько человек из команды Одиссея смогут покинуть остров?

 **194.** Чолпон упражнялась в арифметике. Но, когда она ненадолго вышла, Онала стёрла все знаки арифметических действий и скобки. Вот что получилось в итоге:


$$\begin{array}{llll} 123 = 1; & 12345 = 1; & 1234567 = 1; & 123456789 = 1. \\ 1234 = 1; & 123456 = 1; & 12345678 = 1; & \end{array}$$

Восстановите исходную запись.

 **195.** Алибек упражнялся в арифметике. Но, когда он ненадолго вышел, Ирина, для того чтобы он поработал ещё, стёрла все знаки арифметических действий и скобки. Вот что получилось в итоге:

$$\begin{array}{ll} 1 = 23456789; & 12345 = 6789; \\ 12 = 3456789; & 123456 = 789; \\ 123 = 456789; & 1234567 = 89; \\ 1234 = 56789; & 12345678 = 9. \end{array}$$

Восстановите исходную запись.

 **196.** Решите задание 193, заменив в условиях запись $1234 = 56789$ на $9876 = 54321$.

ИГРА

Задания, выполненные в пунктах 7.10 и 7.11, могут послужить основой для увлекательной игры.

Класс делится на 2 или 3 команды. После этого выбирается число. Для этого приглашаем по игроку из каждой команды, и они «выбрасывают на пальцах» каждый



свою цифру: от 1 до 5. Сумма даёт «базовое» число. Далее с помощью нескольких базовых чисел, арифметических действий и скобок нужно выразить «игровое» число. Выбор этого числа также можно осуществлять путём «выбрасывания пальцев».

Пусть базовое число 7, а игровое число 9. Первая команда имеет 1 минуту для того, чтобы написать свой вариант.

Скажем, она написала: $77 : 7 - (7 + 7) : 7 + 7 : 7 = 9$, используя 6 базовых чисел.

После этого вторая команда имеет 1 минуту, для того чтобы написать свой вариант. Если она не предложила свой вариант, то ход переходит к следующей команде. Предположим, вторая команда написала: $7 + 7 : 7 + 7 : 7 = 9$.

Ход переходит к следующей команде и так далее.

При этом 3 первых варианта каждая команда может написать, используя любое количество базовых чисел, а начиная с четвёртого можно использовать не более семи базовых чисел.

После того как команды исчерпают все свои варианты, подсчитываются очки. Каждая команда получает столько очков, сколько вариантов она предложила.

После процесса «выбрасывания пальцев» игра продолжается. Только теперь команда, которая была первой, вступает в игру последней.

Сыграв несколько раундов, можно подвести итоги игры.



$t = S : v$ $2x + 3y$ $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$

$A = Pt$

1. Вычислите.

a) $153 - 7 \cdot 15 + 2102 =$ c) $9 \cdot 45 - 74 + 3 \cdot 17 =$
b) $513 - 4 : 4 + 11 \cdot 8 =$ d) $23 \cdot 27 - 31 \cdot 4 : 2 + 7 \cdot 6 =$

2. Вычислите.

a) $(32 + 18)4 =$ c) $18(15 - 7) : 4 =$ e) $10(11 - 7) - 4 =$
b) $13(21 - 8) =$ d) $56 : (35 - 7)4 =$ f) $3 + (40 + 16) : 14 =$

3. Из множества S , элементами которого являются одночлены и многочлены, выпишите все одночлены.

$$S = \{21; 2 - x; 5v; 14ad; 4a17; a + 3 : c; 5r; 72s - 3t\}$$

4. Выполните действия, используя скобки.

a) $152 + 893 - 793 =$ d) $772 : 4 - 740 : 4 + 3160 =$
b) $6143 - 147 + 137 =$ e) $562 \cdot 234 - 560 \cdot 234 =$
c) $760 + 51 \cdot 24 - 50 \cdot 24 =$ f) $252 \cdot 34 + 252 \cdot 66 =$

5. В числовое выражение $20 + 12 \cdot 5 + 39 : 3$ добавьте скобки так, чтобы результат был равен: a) 53; b) 236.

6. Вынесите общий множитель за скобки.

a) $12a - 12b =$ d) $21t + 8t - 16s - 13s =$
b) $16x - 5x + 44 =$ e) $7x - y + 3x - 6 + 5y + 2 =$
c) $7d + 5d - 4 =$

7. Вычислите значение числового выражения.

a) $33 \cdot 21 - 33 \cdot 15 + 27 \cdot 6 =$
b) $6 \cdot 132 - 6 \cdot 127 + 6 \cdot 195 =$
c) $9 \cdot 8 \cdot 7 - 9 \cdot 7 \cdot 5 + 8 \cdot 7 \cdot 6 - 8 \cdot 6 \cdot 4 + 6 \cdot 5 \cdot 3 - 6 \cdot 3 \cdot 2 =$

8. Вычислите.

a) $5 + 12[22 - 2(11 - 9)] =$ c) $(9 - 3(4 - 1))369 + 2 =$
b) $[15 - (4 \cdot 12 - 39)] + 4 =$ d) $37 - \{[7 - 2(15 - 12)] + 9\}3 =$

9. Раскройте скобки и приведите подобные члены.

a) $12 + 5(a - 2) =$ c) $7c - 6(5 + c) =$ e) $25x + 2[9 - 3(2x - 5)] =$
b) $13 + 2(7 - x) =$ d) $21y - (5 + y)7 =$ f) $\{[5 - 4(x - 9)] - x\}3 - 4 =$

$VI + IV = X$
 $P = 2(a + b)$ $14x = -42$
 $S = a^2$
 3
 2
 5
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

10. Шайлоо упражнялся в арифметике. Но, когда он ненадолго вышел, Атыра стёрла все знаки арифметических действий и скобки. Вот что получилось в итоге:

$$3 = 21; \quad 5 = 4321; \quad 7 = 654321; \quad 9 = 87654321;$$
$$4 = 321; \quad 6 = 54321; \quad 8 = 7654321; \quad 10 = 987654321.$$

Восстановите исходную запись.

11. Талгат упражнялся в арифметике. Но, когда он ненадолго вышел, Анара стёрла все знаки арифметических действий и скобки. Вот что получилось в итоге:

$$1 = 234;$$
$$1 = 2345;$$
$$1 = 23456;$$
$$1 = 234567;$$
$$1 = 2345678;$$
$$1 = 23456789.$$

Восстановите исходную запись.

12. Самар упражнялся в арифметике. Но, когда он ненадолго вышел, Рустам стёр все знаки арифметических действий и скобки. Вот что получилось в итоге:

$$12 = 345;$$
$$12 = 3456;$$
$$12 = 34567;$$
$$12 = 345678;$$
$$12 = 3456789.$$

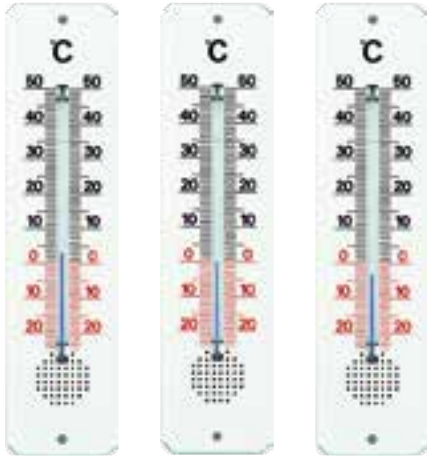
Восстановите исходную запись.

§ 8. Целые числа

8.1. Отрицательные числа

Эльмира велела маленькому сыну решить задачу:

«Температура воздуха в полдень была равна 3° . После этого в течение каждого часа она уменьшалась на 1° . Какой была температура в 7 вечера?»



Начав решать эту задачу, Тёма нашёл, какой была температура

через час: $3^{\circ} - 1^{\circ} = 2^{\circ}$;

затем через 2 часа: $2^{\circ} - 1^{\circ} = 1^{\circ}$;

через 3 часа: $1^{\circ} - 1^{\circ} = 0^{\circ}$;

через 4 часа: $0^{\circ} - 1^{\circ} = \dots$

В этот момент он задумался, посидел некоторое время, а потом закричал: «Мама! Ты дала неправильную задачу. Здесь от меньшего числа нужно отнимать большее!» «Ничего страшного, – сказала Эльмира, – переставь числа местами и вычти. А для того чтобы показать, что уменьшаемое меньше вычитаемого, перед

ответом поставь знак минус. Вот так: $0^{\circ} - 1^{\circ} = -(1^{\circ} - 0^{\circ}) = -1^{\circ}$. «Понятно», – сказал Тёма, но очень скоро он опять закричал: «А как от минуса отнять минус?» «Ну, это совсем просто, – ответила Эльмира. – Достаточно поставить скобки и вынести минус из скобок. Вот так: $-1^{\circ} - 1^{\circ} = -(1^{\circ} + 1^{\circ}) = -2^{\circ}$. «Ура-а! Я понял!» – прокричал Тёма и довольно быстро закончил решать задачу.

В шесть вечера температура была $-2^{\circ} - 1^{\circ} = -(2^{\circ} + 1^{\circ}) = -3^{\circ}$, а в семь вечера $-3^{\circ} - 1^{\circ} = -(3^{\circ} + 1^{\circ}) = -4^{\circ}$.

Если из натурального числа вычтешь большее, то результатом будет отрицательное число.

Для того чтобы из меньшего положительного числа вычтешь большее, нужно переставить их местами, вычтешь и перед результатом поставить знак минус. Например:

$$18 - 19 = -(19 - 18) = -1.$$

Для того чтобы от отрицательного числа отнять положительное число, нужно поставить скобки и вынести минус, в скобках выполнить сложение. Например:

$$-1812 - 1941 = -(1941 + 1812) = -3753.$$

Для того чтобы к отрицательному числу прибавить положительное число, нужно поставить скобки и вынести минус, в скобках выполнить вычитание. Например:

$$-18 + 4 = -(18 - 4) = -14; \quad -8 + 14 = -(8 - 14) = -[-(14 - 8)] = 6.$$

197. Вычислите значение числового выражения.

- a) $9 - 12 =$ d) $-210 - 317 =$ g) $-19 + 12 =$
b) $-13 - 27 =$ e) $252 - 1234 =$ h) $-13 + 27 =$
c) $47 - 62 =$ f) $-384 - 15476 =$ i) $-47 + 62 =$



198. Вычислите значение числового выражения.

- a) $-9 - 12 =$ d) $210 - 317 =$ g) $-91 + 20 =$
b) $13 - 27 =$ e) $-252 - 1234 =$ h) $-123 + 77 =$
c) $-47 - 62 =$ f) $384 - 15476 =$ i) $-72 + 99 =$

8.2. Определение целых чисел

Разность натуральных чисел может быть

- натуральным числом: $21 - 7 = 14$;
- равна нулю: $21 - 21 = 0$;
- отрицательным числом: $21 - 33 = -12$.

Все эти числа являются целыми.

Целыми числами называются числа, которые могут быть представлены в виде разности натуральных чисел.

Из определения целых чисел следует, что множество целых чисел содержит:

- подмножество натуральных чисел;
- подмножество чисел, противоположных (по знаку) натуральным числам, – множество отрицательных целых чисел;
- число нуль.

199. Какое число является противоположным по знаку числу:

- a) 5; b) -10 ; c) -1235 ; d) 21451.



200. Какое число является противоположным по знаку числу:

- a) -51 ; b) 210; c) 123; d) -451 .

Использование целых чисел помогает более полно, чем при использовании только натуральных чисел, описывать окружающую действительность.

Например, Гульмира проверила дневники своих детей и обнаружила, что Джамиля в прошлом месяце получила 15 пятёрок, в этом – 16; Дамира в прошлом месяце получила 10 пятёрок, в этом – 14; Керим в прошлом месяце получил 11 пятёрок, в этом – 4.

Вычислив разности: $16 - 15 = 1$; $14 - 10 = 4$; $4 - 11 = -7$, Гульмира понимает, что ей нужно подбодрить Джамилю, похвалить Дамиру и серьёзно поговорить с Керимом.

8.3. Числовая ось

Возьмём горизонтальную прямую и отметим на ней отрезок OA . Левый конец отрезка обозначим цифрой 0 и назовём началом координат, правый – цифрой 1. Запись $A(1)$ следует читать: *точка A имеет координату 1*.

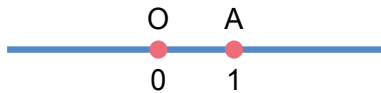


Рисунок 1

В результате получили числовую ось. Каждой точке числовой оси сопоставляется число, и наоборот, каждому числу сопоставляется точка на числовой оси.

Например, отложив вправо от точки 0 два отрезка OA , получим точку B , выражающую число 2; пять отрезков – точку C , выражающую число 5.

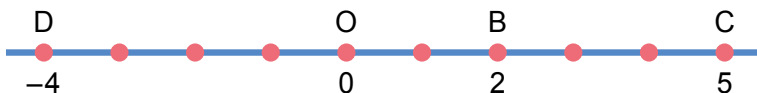


Рисунок 2

Отрезки, отложенные влево от начала координат, выражают отрицательные числа. Так, отложив влево от точки 0 четыре отрезка OA , получим точку D , выражающую число -4 . Числа 2, 5, -4 называются **координатами точек B , C , D** соответственно. Этот факт записывают следующим образом: $B(2)$, $C(5)$, $D(-4)$.

Использование числовой оси проясняет многие математические вопросы. Так, совершенно простой становится задача сравнения чисел: чем правее находится число, тем оно больше. Пять больше трёх, два больше нуля, один больше минус единицы, минус единица больше минус четырёх и т. д.

201. Изобразите на числовой оси и сравните числа:

-3 ; 1 ; 2 ; -1 ; 5 .



202. Изобразите на числовой оси и сравните числа:

4 ; 6 ; -2 ; -5 ; 0 .

8.4. Абсолютное значение (Модуль)

Точки, выражающие числа 4 и -4 , находятся на одинаковом расстоянии от начала координат. Для того чтобы подчеркнуть этот факт, математики говорят, что числа 4 и -4 имеют одинаковое **абсолютное значение (модуль)**.

Значение модуля числа – расстояние от начала координат до точки, выражающей это число. Таким образом, абсолютное значение, модуль как числа 4, так и числа -4 , равно четырём. Символически это записывают так: $|4| = 4$; $|-4| = 4$.

203. Изобразите на числовой оси и сравните по абсолютной величине числа:

3; -1 ; 2; 1; 5; -3 .



204. Изобразите на числовой оси и сравните по абсолютной величине числа:

4; -7 ; -2 ; 2; -3 .

8.5. Длина отрезка

Разность чисел 5 и 3 равна 2 – длине отрезка между точками, выражающими эти числа; разность чисел 5 и -3 равна $5 - (-3) = 8$ – и это тоже длина отрезка между соответствующими точками.

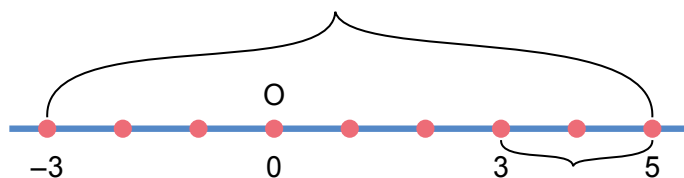


Рисунок 3

Эти равенства являются частными случаями следующего явления: **длина отрезка** числовой оси равна разности координаты точки, являющейся правым концом отрезка, и координаты точки, являющейся левым концом отрезка.

Итак, если точка A имеет координату a , точка B – координату b , то длина отрезка AB равна $b - a$. Символически это записывается так: $|AB| = b - a = |a - b|$.

Длина отрезка AB не зависит от направления измерения: от A к B или от B к A . Поэтому справедливо равенство $|a - b| = |b - a|$.

205. Найдите длину отрезка, определяемого точками:

- а) $A(7)$ и $N(-2)$; с) $N(-2)$ и $I(2)$; е) $U(-7)$ и $N(-2)$.
 б) $T(2)$ и $O(0)$; д) $N(-2)$ и $A(7)$;



206. Найдите длину отрезка, определяемого точками:

- а) $A(7)$ и $L(3)$; с) $M(4)$ и $B(-5)$;
 б) $M(4)$ и $A(7)$; д) $E(-3)$ и $T(2)$.

$t = S : v$ $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$ $2x + 3y$
 $A = Pt$

8.6. Абсолютное значение числа (Модуль)

Каждому отрицательному числу можно сопоставить положительное, которое записывается теми же значками, только без знака минус: -1 и 1 ; -15 и 15 ; -12097 и 12097 .

Такое положительное число называется **модулем**, или **абсолютным значением исходного числа**.

Модуль (абсолютное значение) положительного числа – это само число. Положительные и отрицательные числа, имеющие одинаковый модуль, называются **противоположными**.

Модуль числа нуль равен нулю.

Модуль числа обозначается вертикальными палочками.

Например, модуль числа -15 , записывается так: $|-15|$.

Тогда из сказанного:

$$|-15| = 15, |15| = 15, |-76515| = 76515, |1005| = 1005, |0| = 0.$$

207. Вычислите значение числового выражения.

a) $|21 - 185| =$ c) $|-115 - 74| =$ e) $|103 + 11 - 274| =$

b) $|501 - 87| =$ d) $|-135 + 74| =$ f) $|34 + 50 + 17(-4)| =$



208. Вычислите значение числового выражения.

a) $|-21 - 18| =$ c) $|11 \cdot 5 - 74| =$ e) $|13 + 11 - 74| =$

b) $|5 \cdot 11 - 27| =$ d) $|-13 \cdot 5 + 43| =$ f) $|34 \cdot 5 + 70(-4)| =$

8.7. «Отрицательное расстояние»

Задача

Айджан едет со скоростью 56 км/час . Через 2 часа следом за ней со скоростью 88 км/час отправился Азат. На сколько километров больше проедет Айджан, когда Азат находится в пути: а) 1 час; б) 3 часа; в) 5 часов?



Решение

За 2 часа Айджан проедет $56 \cdot 2 = 112 \text{ км}$. Поэтому если обозначить через t время, которое находится в пути Азат, то за это время Азат проедет $88t$ километров, а Айджан $112 + 56t \text{ км}$, а разница d между расстояниями, преодоленными Айджан и Азатом, $d = (112 + 56t) - 88t$.

Поэтому через 1 час после выезда Азата Айджан проедет на $d = (112 + 56 \cdot 1) - 88 \cdot 1 = 168 - 88 = 80 \text{ км}$ больше.


Через 3 часа Айджан проедет на $d = (112 + 56 \cdot 3) - 88 \cdot 3 = 280 - 264 = 16$ км больше.

Через 5 часов Айджан проедет на $d = (112 + 56 \cdot 5) - 88 \cdot 5 = 392 - 440 = -48$ км больше.

В последнем случае получился непонятный результат: -48 километров. Разве так бывает? Оказывается, бывает. Знак минус говорит нам, что имеет место обратное. Величина d в нашей задаче показывает, на сколько километров больше проехала Айджан по сравнению с Азатом. Через час после выезда Азата Айджан проехала на 80 км больше, через 3 часа – на 16 км больше. Через 5 часов после выезда Азат проедет больше, чем Айджан, – он к тому времени обгонит её. А так как величина d показывает, на сколько км Айджан опережает Азата, то через 5 часов она станет отрицательной, так как в это время уже Азат опережает Айджан.

209. Из первого крана со скоростью 25 л в минуту наполняют первый бассейн, из второго крана со скоростью 40 л в минуту наполняют второй бассейн. В начальный момент в первом бассейне имелось 200 литров воды, второй был сухим. На сколько литров будет больше воды в первом бассейне через:

- а) 5 мин; б) 10 мин; в) 15 мин; г) 1 час?

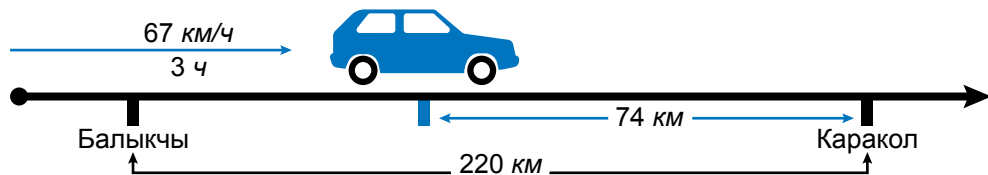
 **210.** На складе А 190 кг муки, на складе В – 520 кг. Каждый час на склад А привозят 70 кг муки, на склад В привозят 50 кг. На сколько кг муки будет больше на складе В через:

- а) 2 часа; б) 10 часов; в) 15 часов; г) 19 часов?

8.8. «Отрицательное расстояние». Продолжение

Задача

Алтымыш едет в Каракол. Он сообщил, что после того как он проехал три часа со скоростью 67 км/час, ему осталось проехать 74 км. На каком расстоянии от Балыкчы находился Алтымыш в начальный момент времени? Расстояние от Балыкчы до Каракола – 220 км.



Решение


Для того чтобы найти ответ, от 220 км нужно отнять оставшееся расстояние и расстояние, покрытое за три часа:

$$220 - 74 - 67 \cdot 3 = 146 - 201 = -55 \text{ км.}$$

На первый взгляд, получился странный ответ – отрицательное число. Возможно, мы ошиблись в вычислениях или неправильно рассуждаем? Вроде бы всё правильно.

Может Алтымыш дал нам неправильные сведения? Обратившись к нему за разъяснениями, мы узнаем, что в начальный момент ему надо было ещё доехать до Балыкчы. Таким образом, отрицательное число, которое получилось в процессе решения, указывает на то, что в начальный момент Алтымышу нужно было проехать 55 км чтобы доехать до Балыкчы!

211. Андабек проехал 3 часа со скоростью 68 км/час, и после этого ему до Оша осталось 15 км. На каком расстоянии от Джалал-Абада находился Андабек в начальный момент времени? Расстояние от Джалал-Абада до Оша 100 км.

 **212.** Николай едет в Кара-Балту. После того как он проехал два часа со скоростью 78 км/час, ему осталось проехать 45 км. На каком расстоянии от Кемина находился Николай в начальный момент времени? Расстояние от Кемина до Кара-Балты составляет 160 км.

8.9. Определение финансового состояния

Задача

Азамат решил стать миллионером. После того как он в течение 7 лет получал ежегодную прибыль, равную 160 тысячам сомов, ему до желанной цели осталось 80 тысяч. Каким было финансовое положение Азамата в начальный момент времени?


Решение

В одном миллионе тысяча тысяч. Следовательно, через 7 лет у Азамата было $1000 - 80 = 920$ тысяч сомов, а заработал он за это время $160 \cdot 7 = 1120$ тысяч.

Таким образом, у Азамата в начальный момент времени было $920 - 1120 = -200$ тысяч.

Отрицательное число в данном случае говорит нам, что в начальный момент времени Азамат был должен 200 тысяч сомов.

213. Бегимай сделала покупки на сумму 235, 72 и 1989 сомов и расплатилась по карточке. Сколько сомов она должна, если до совершения покупок на карточке было 1437 сомов?

 **214.** Назгуль сделала покупки на сумму 268, 372 и 1987 сомов и расплатилась по карточке. Сколько сомов она должна, если до совершения покупок на карточке было 2143 сома?

8.10. Арифметические операции с целыми числами

При работе с отрицательными числами бывает полезно использовать модуль и тот факт, что отрицательное число является произведением соответствующего положительного числа и минус единицы. Например: $-33 = (-1)33$.

- Чтобы сложить числа с одинаковыми знаками, складывают их модули и перед суммой ставят их общий знак.

Например:

$$51 + 17 = 68; \quad -15 - 71 = (-15) + (-71) = -86.$$

- Чтобы сложить два числа с разными знаками, необходимо из большего модуля вычесть меньший и поставить знак числа с большим модулем.

Например:

$$-51 + 17 = -(51 - 17) = -34;$$

$$15 - 71 = 15 + (-71) = -(71 - 15) = -56.$$

Знаки (+) и (-) при выполнении умножения и деления ставятся в соответствии со следующими образцами:

$(+)(+) = (+)$	$3 \cdot 2 = 6;$	$6 : 2 = 3;$
$(-)(-) = (+)$	$(-3)(-2) = 6;$	$(-6) : (-2) = 3;$
$(-)(+) = (-)$	$(-3)2 = -6;$	$(-6) : 2 = -3;$
$(+)(-) = (-)$	$3(-2) = -6;$	$6 : (-2) = -3.$

Расстановку знаков при выполнении умножения и деления легко запомнить с помощью следующих высказываний:

$(+)(+) = (+)$	<i>Друг моего друга – мой друг.</i>
$(-)(-) = (+)$	<i>Враг моего врага – мой друг.</i>
$(-)(+) = (-)$	<i>Враг моего друга – мой враг.</i>
$(+)(-) = (-)$	<i>Друг моего врага – мой враг.</i>

215. Вычислите значение числового выражения.

a) $2 - 85 =$

f) $34 - 50 + 17 - 4 =$

b) $51 - 87 =$

g) $15 - 7 \cdot (-14) - 102 =$

c) $-15 - 74 =$

h) $53 - 44 - 19 \cdot 8 =$

d) $-135 - 74 =$

i) $(-19) \cdot 25 + (-7)(-14) - (-3) \cdot 75 =$

e) $103 + 11 - 274 =$

j) $24 \cdot 17 - 21 \cdot 4 + 7(-4) =$



216. Вычислите значение числового выражения.

a) $-12 - 57 =$

f) $4 - 15 + 17 - 14 =$

b) $11 - 817 =$

g) $12 \cdot 5 - 7 \cdot 11 - 102 =$

c) $51 - 74 =$

h) $5 \cdot (3 - 14) - 9 \cdot 8 =$

d) $-13 - 174 =$

i) $9 \cdot (-5) - (-7)4 - (-3) \cdot (-7) =$

e) $-13 + 11 - 24 =$

j) $241 + (-2)14 + 7 \cdot (-4) =$

8.11. Правила записи арифметических операций

Задача

Эркин взял число 5, вычел из него 12, результат умножил на -9 . Сколько у него получилось?

Для того чтобы решить эту задачу, Эрмек записал соответствующие действия и вычислил: $5 - 12 \cdot -9 = 63$. Но при проверке задания учительница отметила этот пример как нерешённый. Эрмек возмутился: «Как это так! У Нурдина такой же ответ, и ему вы зачли эту задачу». Согласны ли вы с Эрмеком?



Решение

Ответ, конечно, правильный, но запись совершенно неправильная.


Во-первых, **в математических записях не положено писать два знака арифметических действий подряд**. Поэтому число -9 должно быть в скобках.

Во-вторых, имеет место более грубая ошибка – пропущена скобка, выделяющая первое действие: $5 - 12$. Согласно правилу, если выполнять действия так, как их записал Эрмек, то вначале нужно умножить 12 на -9 , а затем результат отнять от пяти: $5 - 12 \cdot -9 = 5 - (-108) = 113$.

Правильная запись решения задачи: $(5 - 12) \cdot (-9) = -7 \cdot (-9) = 63$.

217. Правильно запишите и вычислите:

- | | | |
|------------------------|---------------------|--------------------|
| a) разность чисел: | 1) -13 и -28 ; | 2) -37 и 82 ; |
| b) сумму чисел: | 1) -51 и 87 ; | 2) 17 и -72 ; |
| c) произведение чисел: | 1) -15 и -4 ; | 2) -11 и 17 ; |
| d) частное от деления: | 1) -105 на -7 ; | 2) 152 на -4 . |

 218. Правильно запишите и вычислите:

- | | | |
|------------------------|----------------------|---------------------|
| a) разность чисел: | 1) 37 и -82 ; | 2) -7 и -42 ; |
| b) сумму чисел: | 1) -112 и 79 ; | 2) 173 и -28 ; |
| c) произведение чисел: | 1) 5 и -42 ; | 2) -8 и -71 ; |
| d) частное от деления: | 1) -136 на -17 ; | 2) 520 на -26 . |

8.12. Сравнение целых чисел

Использование отрицательных чисел даёт очень простой и эффективный инструмент для сравнения чисел.

Почти все знают, что 7 больше, чем 5 , а их разность: $7 - 5 = 2$ положительна. Семь, конечно, равно семи, и их разность: $7 - 7 = 0$.

Число 5 меньше 7 , а их разность отрицательна: $5 - 7 = -2$.

Оказывается, этот механизм можно использовать для сравнения любых чисел:

- если разность положительна, то уменьшаемое больше вычитаемого;
- если разность равна нулю, то уменьшаемое равно вычитаемому;
- если разность отрицательна, то уменьшаемое меньше вычитаемого.

Задача

Сравните числа:

- a) -37 и 8 ; b) -51 и 0 ; c) 15 и 4 ; d) -15 и -4 .

Решение

a) Разность $-37 - 8 = -(37 + 8) = -45$ отрицательна. То есть уменьшаемое (-37) меньше числа 8 – вычитаемого.

Этот результат является частным случаем утверждения: **любое отрицательное число меньше любого положительного числа.**

b) Разность $-51 - 0 = -51$ отрицательна. Этот результат также является частным случаем утверждения: **любое отрицательное число меньше нуля.**

c) Разность $15 - 4 = 11$ положительна. Наше вычисление подтверждает общеизвестный факт: пятнадцать больше четырёх.

d) Разность $-15 - (-4) = -15 + 4 = -11$ отрицательна, то есть минус пятнадцать меньше, чем минус четыре.

Сопоставив этот результат с результатом пункта c), можем прийти к следующему заключению: **если одно положительное число больше другого, то для соответствующих отрицательных чисел справедлив противоположный результат.**

219. Какое число больше?

- | | |
|-------------------|------------------------------|
| a) 912 или -779 | e) -34 или -27234 |
| b) 5613 или 286 | f) -2534 или -252234 |
| c) 0 или -5024 | g) -2501234 или -2501766 |
| d) 77210 или 0 | h) -52231234 или -48234 |



220. Какое число больше?

- | | |
|--------------------|--------------------------------|
| a) 1 или -79 | e) -6634 или -9234 |
| b) 613 или 2862 | f) -2534 или 254 |
| c) -102 или -0 | g) -92501734 или -92501736 |
| d) 0 или 120 | h) 2231234 или 2231233 |

8.13. Задачи с дополнительными условиями

Задача

Сайкал ведёт учёт яйценоскости своих кур. Из её записей, относящихся к разным периодам времени, следует, что:

а) Пеструшка снесла 27 яиц, Чернушка – на 6 яиц больше, а Хохлатка – в три раза меньше, чем Пеструшка и Чернушка вместе взятые;

б) Пеструшка снесла 42 яйца, Чернушка – на 5 яиц меньше, а Хохлатка – в два раза меньше, чем Пеструшка и Чернушка вместе взятые;

в) Пеструшка снесла 27 яиц, Чернушка – в два раза больше, чем Пеструшка, а Хохлатка – на 57 яиц меньше, чем Чернушка.

Сколько яиц снесла Хохлатка в каждый период времени?

Решение

а) Чернушка снесла $27 + 6 = 33$ яйца, а Пеструшка и Чернушка вместе взятые $27 + 33 = 60$. Следовательно, Хохлатка снесла $60 : 3 = 20$ яиц.

б) Чернушка снесла $42 - 5 = 37$ яиц, а Пеструшка и Чернушка вместе взятые $42 + 37 = 79$. Следовательно, Хохлатка снесла $79 : 2 = \dots$. Но 79 на 2 не делится. Поэтому в такой формулировке задача не имеет решения. Видимо, в записи Сайкал вкралась ошибка.

в) Чернушка снесла $27 \cdot 2 = 54$ яйца, а Хохлатка снесла $54 - 57 = -3$ яйца. Конечно, количество яиц не может быть отрицательным. По всей видимости, ошибка есть и в этих записях.

221. Сайнаш продаёт компьютеры.

а) За первый месяц она продала 46 компьютеров, за второй – на 9 меньше, а за третий – в три раза меньше общего количества за два первых месяца.

б) За первый месяц она продала 54 компьютера, за второй – на 9 больше, а за третий – половину от общего количества за два первых месяца.

в) За первый месяц она продала 24 компьютера, за второй – в два раза больше, а за третий – на 30 меньше половины от общего количества за два первых месяца.

Сколько компьютеров продала Сайнаш за третий месяц?





222. Мирбек изготавливает столы.

а) За первую неделю он изготовил 6 столов, за вторую – на 3 больше, а за третью – в три раза меньше общего количества за две первые недели.

б) За первую неделю он изготовил 4 стола, за вторую – на 1 больше, а за третью – в два раза меньше общего количества за две первые недели.

в) За первую неделю он изготовил 2 стола, за вторую – в два раза больше, а за третью – на 7 меньше общего количества за две первые недели.

Сколько столов изготовил Мирбек за третью неделю?



$t = S : v$ $2x + 3y$ $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$

$A = Pt$

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $+$

1. Температура воздуха понизилась с a° на d° . Определите новую температуру, зная, что:

- a) $a = 2, d = 7$; f) $a = 5, d = 7$;
- b) $a = 12, d = 6$; g) $a = -2, d = 7$;
- c) $a = 2, d = 7$; h) $a = -13, d = 5$;
- d) $a = 3, d = 5$; i) $a = -14, d = 2$;
- e) $a = 4, d = 6$; j) $a = -15, d = 11$.

2. Руслан, у которого было a сомов, истратил d сомов. Сколько сомов он теперь должен, если:

- a) $a = 210, d = 770$; f) $a = 95, d = 173$;
- b) $a = 812, d = 3260$; g) $a = 452, d = 747$;
- c) $a = 34, d = 70$; h) $a = 813, d = 1005$;
- d) $a = 53, d = 65$; i) $a = 5614, d = 11\ 002$;
- e) $a = 214, d = 620$; j) $a = 2315, d = 6711$?

3. Вычислите произведение всех целых чисел от -50 до 50 .

4. Вычислите разность между наибольшим двузначным натуральным числом и противоположным к нему числом.

5. Вычислите сумму всех целых чисел от -500 до 502 .

6. Правильно запишите и вычислите: «Эльдияр взял число 15 , прибавил к нему 25 , результат умножил на минус 5 и от произведения отнял 15 . Сколько у него получилось?»

7. Правильно запишите и вычислите: «Бегайым взяла число минус 51 , прибавила к нему 26 , результат умножила на 4 и к произведению прибавила 145 . Сколько у неё получилось?»

8. У Жениша 3 отары овец.

- a) В первой отаре у него 162 овцы, во второй – на 33 больше, а в третьей – в три раза меньше, чем в первых двух отарах вместе.
- b) В первой отаре у него 142 овцы, во второй – на 34 меньше, а в третьей – в четыре раза меньше, чем в первых двух отарах вместе.
- c) В первой отаре у него 133 овцы, во второй – на 77 меньше, а в третьей – на 57 овец меньше, чем во второй отаре.

Сколько овец в третьей отаре?

9. Запишите в строку три целых числа, в которых сумма двух соседних чисел всегда положительна, а общая сумма отрицательна.

10. Запишите в строку пять целых чисел, в которых сумма двух соседних чисел всегда отрицательна, а общая сумма положительна.

§ 9. Задачи на составление уравнений (1)

9.1. Проверка корня уравнения

Для того чтобы с помощью математики разобраться в проблемах окружающего нас мира, нужно суметь перевести изучаемую проблему на язык математики – язык математических символов, уравнений, неравенств...

После этого решается математическая проблема – уравнение, неравенство...

Оказывается, что очень большой круг проблем, касающихся самых различных сторон окружающей нас жизни, можно решить, используя алгебраические уравнения. Об этом мы будем говорить в течение всего этого учебного года.

Предметом особой гордости для нас может быть тот факт, что громадный вклад в развитие алгебры внесли учёные нашего региона.

Так, само слово *алгебра* произошло от названия сочинения Мухаммада аль-Хорезми «Китаб аль-джебр ва-ль-мукабала», написанного в IX веке. Эта книга, переведённая на латинский язык в XII веке, долгое время была основным пособием по математике в европейских странах. Также можно отметить, что самое популярное обозначение неизвестной x имеет свои корни в трудах среднеазиатских математиков.

Равенство, содержащее неизвестные числа, обозначенные буквами, называют **уравнением**. Например: $5x = 36 + 4x$; $15x - y + 5 = 3(5 + 2y) - 4z$.

Значения неизвестных, которые превращают уравнение в числовое равенство, называются **корнями уравнения**. Например, *число 36 является корнем уравнения $5x = 36 + 4x$, потому что $5 \cdot 36 = 36 + 4 \cdot 36$.*

Процесс нахождения корней уравнения называется **решением уравнения**.

В результате решения уравнения находят корень уравнения или показывают, что корней нет.

Задача

Является ли число 7 корнем уравнения:

- a) $4x = 28$; d) $99 - 5x = 36 + 4x$;
b) $3x - 6 = 14$; e) $2(a - 7) + 6 = 20 - 2a$;
c) $5x - 7 = 33 - x$; f) $15(y - 6) + 5 = 3(5 + 2y) - 4y$?

Решение

a) Подставим в уравнение вместо x число 7 и получим верное равенство $4 \cdot 7 = 28$. Следовательно, число 7 является корнем уравнения $4x = 28$.

b) Заменяя x на число 7, получим $3 \cdot 7 - 6 = 14$. Но это неверно, потому что выражение в левой части равно 15. Следовательно, число 7 не является корнем уравнения $3x - 6 = 14$.

с) Подставив значение x в уравнение, получим $5 \cdot 7 - 7 = 33 - 7$. Это неверно, так как 28 не равно 26. Итак, число 7 корнем не является.

d) Выражение $99 - 5 \cdot 7 = 36 + 4 \cdot 7$ является справедливым, потому что и слева, и справа получается 64. То есть число 7 является корнем.

e) Число 7 является корнем, потому что и слева, и справа в выражении $2(7 - 7) + 6 = 20 - 2 \cdot 7$ получается 6.

f) Подставив значение x в уравнение $15(y - 6) + 5 = 3(5 + 2y) - 4y$, получим $15(7 - 6) + 5 = 3(5 + 2 \cdot 7) - 4 \cdot 7$. Левая часть этого выражения равна $15 \cdot 1 + 5 = 20$, а правая $3(5 + 14) - 28 = 57 - 28 = 29$.

В том, что число 7 корнем не является, можно убедиться немного иначе. Сначала раскроем скобки: $15y - 90 + 5 = 15 + 6y - 4y$, потом приведём подобные члены: $15y - 85 = 15 + 2y$.

А теперь подставим значение y : $15 \cdot 7 - 85 = 15 + 2 \cdot 7$ — и получим выражение $105 - 85 = 15 + 14$, которое является неверным.

223. Является ли число 8 корнем уравнения:

a) $14x = 78$;

d) $29 - 3x = 36 - 4x$;

b) $5x - 16 = 24$;

e) $3(b - 7) + 6 = 33 - 3b$;

c) $15x - 77 = 43 - x$;

f) $5(z + 6) + 2z = 2(5z + 2) - 4$?

 **224.** Является ли число 9 корнем уравнения:

a) $7x = 68$;

d) $29 - x = 56 - 4x$;

b) $5x + 6 = 51$;

e) $12(c - 7) + 6 = 12 + 2c$;

c) $3x - 21 = 33 - 2x$;

f) $5(y - 6) + 39 = 3(15 - y) + 4y$?

9.2. Преобразование уравнений

Значение корня не меняется, если в процессе решения

- перенести с противоположным знаком одночлен из одной части уравнения в другую;
- разделить все одночлены уравнения на одно и то же, отличное от нуля, число.

Задача

Решите уравнения.

a) $4x = 8$

e) $15x - 2 = 27x + 22$

b) $3x - 6 = 0$

f) $51 - 2x + 4x = 121 - 3x + 10$

c) $5x + 7 = -23$

g) $2(x - 17) = 20 - 7x$

d) $5x = 180 - 4x$

h) $15(x - 8) - 2x - 15 = 3(5 + 2x) + 4x$

Решение

Для того чтобы решить уравнение, нужно собрать неизвестные в одну сторону уравнения, числа – в другую. При этом используются приведение подобных членов и перенос одночленов из одной части уравнения в другую. Затем остаётся разделить уравнение на коэффициент при неизвестной и получить решение.

а) Разделим обе части уравнения $4x = 8$ на 4 и получим ответ: $x = 2$.

б) Перенесём число 6 в правую часть уравнения: $3x - 6 = 0$. При этом, так как в левой части это число имело знак минус, вправо оно перейдёт с плюсом. В итоге получим уравнение $3x = 6$. Разделив полученное уравнение на 3, получим $x = 2$.

с) Собираем числа в правой части уравнения $5x + 7 = -23$. При этом число 7 перейдёт со знаком минус: $5x = -23 - 7$. Разделив полученное уравнение $5x = -30$ на 5, получим решение: $x = -6$.

д) В уравнении $5x = 180 - 4x$ перенесём одночлен $4x$ в левую часть и получим уравнение $5x + 4x = 180$. Разделив полученное уравнение $9x = 180$ на 9, получим $x = 20$.

е) Соберём неизвестные уравнения $15x - 2 = 27x + 22$ в левой части, числа – в правой: $15x - 27x = 22 + 2$ – и получим уравнение $-12x = 24$.

Разделив его на -12 , получим решение: $x = -2$.

ф) Соберём неизвестные уравнения $51 - 2x + 4x = 121 - 3x + 10$ в левой части, числа – в правой: $-2x + 4x + 3x = 121 + 10 - 51$. Тогда $x(-2 + 4 + 3) = 80$, и отсюда: $5x = 80$. Разделив на 5, получим, что $x = 16$.

г) В уравнении $2(x - 17) = 20 - 7x$ раскроем скобки: $2x - 34 = 20 - 7x$ и перенесём 34 вправо со знаком плюс, а $7x$ влево со знаком плюс: $2x + 7x = 20 + 34$. Отсюда $9x = 54$, следовательно, $x = 6$.

h) В уравнении $15(x - 8) - 2x - 15 = 3(5 + 2x) + 4x$ раскроем скобки: $15x - 120 - 2x - 15 = 15 + 6x + 4x$, затем приведём подобные члены: $13x - 135 = 15 + 10x$. Перенесём 135 вправо со знаком плюс, а $10x$ влево со знаком минус и получим $13x - 10x = 15 + 135$. Отсюда $3x = 150$. Разделив полученное уравнение на 3, получим решение: $x = 50$.

225. Решите уравнения.

а) $14x = -42$

е) $5x + 21 = 3x + 25$

б) $2x - 16 = 0$

ф) $17 - 3x + 7x = 31 - 2x + 10$

с) $8x - 17 = 23$

г) $2x - 12 = 2(10 - 7x)$

д) $5x = 210 + 12x$

h) $5x - 12 - 2(x - 1) = 3(5 - 2x) + 4x$



226. Решите уравнения.

а) $14 + x = 2$

е) $x + 21 = 3 - 5x$

б) $2x + x - 16 = 2$

ф) $17x - 3 + x = 12 - 2x + 5$

с) $8 - 17x = 25$

г) $2(x - 12) = 210 - 7x$

д) $5 - x = 20 + 2x$

h) $(5x - 1)2 - 2x - 3 = 35 - 3(2x + 4)$

9.3. Об умении составлять уравнения

Умение решать уравнения, подобные уравнениям в задаче 9.2 и упражнениях 225 и 226, является очень важным, так как с помощью таких уравнений можно описать многие проблемы из окружающей нас жизни. В связи с этим появляется ещё более важная задача: научиться переводить такие проблемы на язык уравнений. А для того чтобы научиться, нужно тренироваться. Во-первых, посмотреть и понять, как это делается, изучив предложенные решения задач. Во-вторых, решить самим упражнения. И в-третьих, попробовать самим сочинить такие задачи.

Решение задачи начинается с внимательного прочтения. Нужно понять, что дано и что требуется найти. После этого составить уравнение, обозначив буквой неизвестную величину. Как правило, при введении обозначений полезно опираться на поставленный вопрос. Решив полученное уравнение, нужно ясно себе представить, что означает найденный корень, и проверить его правильность, используя текст исходной задачи.

Задача


Анара купила картошки на 32 сома, морковки – на 15 сомов и лука – на 23 сома. Сколько денег было у Анары, если после этих покупок у неё осталось 130 сомов?

Решение

Обозначим через x искомое число – исходное количество денег – и получим уравнение: $x - 32 - 15 - 23 = 130$. Приведём подобные члены: $x - 70 = 130$, перенесём число 70 в правую часть со знаком плюс: $x = 130 + 70$ и получим ответ: $x = 200$.

Итак, мы выяснили, что у Анары было 200 сомов. Этот ответ согласуется с условиями задачи: после того, как она купила картошки на 32 сома, морковки на 15 сомов и лука на 23 сома, у неё осталось $200 - 32 - 15 - 23 = 130$ сомов.

227. Замира купила калькулятор за 250 сомов, общую тетрадь за 32 сома и 2 ручки по цене 15 сомов. Сколько денег было у Замиры, если после этих покупок у неё осталось 688 сомов?

 **228.** Галя купила аспирин за 65 сомов и анальгин за 215 сомов. Сколько денег было у Гали, если после этих покупок у неё осталось 220 сомов?

9.4. Цена части покупки

Задача

Эркингуль купила 3 кг картошки по цене 12 сомов и 2 кг морковки. По какой цене она купила морковь, если у неё было 100 сомов, а после этих покупок у неё осталось 32 сома?

Решение

В этом случае неизвестной величиной является цена моркови. Давайте обозначим её буквой p . Тогда из условий задачи получаем $100 - 3 \cdot 12 - 2p = 32$. Приведём подобные члены: $64 - 2p = 32$, перенесём число 64 в правую часть со знаком минус: $-2p = 32 - 64$, вычтем: $-2p = -32$ и, разделив на -2 , получим ответ: $p = 16$.

Мы определили, что Эркингуль купила морковь по цене 16 сом./кг. Этот ответ можно проверить, подставив в уравнение 16 вместо p .

Действительно, $100 - 3 \cdot 12 - 2 \cdot 16 = 32$ сома.

229. Сабира купила 5 кг муки по цене 32 сома, 2 литра растительного масла по цене 108 сомов и несколько кг печенья по цене 55 сом./кг. Сколько кг печенья она купила, если у неё было 1000 сомов, а после этих покупок у неё осталось 459 сомов?



230. Арген продала 5 кг малины по цене 82 сома и 4 литра молока. По какой цене она продала молоко, если у неё было 700 сомов, а после этих продаж у неё стало 1190 сомов?



231. Составьте и решите задачи, используя данные о покупках, которые совершили вы и члены вашей семьи.

9.5. Разбиение целого на две части

Задача

Асан и Улан имеют 1532 сома. Сколько сомов имеет Асан, если Улан имеет на 188 сомов меньше?

Решение

Если через x обозначить количество денег Асана, то $x - 188$ – это количество денег Улана. Эти величины связывает уравнение $x + (x - 188) = 1532$. Соберём вместе иксы и числа – приведём подобные члены: $2x = 1720$. Разделив обе части уравнения на 2, получим, что у Асана 860 сомов.

232. Аня и Маня вместе собрали 215 вёдер картошки, причём Маня собрала на 17 вёдер меньше. Сколько вёдер картошки собрала Маня?



233. Джантай и Ильдар в течение первой четверти получили 153 замечания от учителей. Сколько замечаний получил Джантай, если Ильдар получил на 19 замечаний больше?

9.6. Разбиение целого на три части

Задача

Ирина Александровна, Лина Владимировна и Елена Эриковна имеют 7 ручек. При этом у Елены Эриковны на две ручки меньше, чем у Лины Владимировны, и на одну ручку больше, чем у Ирины Александровны. Сколько ручек у каждой?

Решение

В данной задаче мы легко найдём все ответы, если определим количество ручек у Елены Эриковны.

Поэтому давайте обозначим через x количество ручек у Елены Эриковны. Тогда $x + 2$ – количество ручек у Лины Владимировны, $x - 1$ – количество ручек у Ирины Александровны.



Воспользовавшись этими обозначениями, из текста задачи имеем уравнение: $x + (x + 2) + (x - 1) = 7$.

Раскроем скобки и приведём подобные члены: $3x + 1 = 7$.

Поэтому $3x = 6$, и затем $x = 2$.

Итак, мы узнали, что у Елены Эриковны 2 ручки. Следовательно, у Лины Владимировны 4 ручки, а у Ирины Александровны 1 ручка.

234. Мурат, Таалай и Ислам имеют 8215 сомов, причём Мурат имеет на 2317 сомов больше, чем Таалай, а Таалай на 312 сомов больше, чем Ислам. Сколько денег у Таалая?



235. На вопрос о том, сколько у них альчиков, Алмаз ответил, что у него на 35 больше, чем у Улана, и на 24 меньше, чем у Улара, а всего у них на троих 100 альчиков. Сколько альчиков у Алмаза?

9.7. Определение части разбиения

Задача

Карлсон, посетив Малыша в третий раз, съел на три конфеты больше, чем в первый раз, а во второй раз – в два раза больше, чем в первый раз. Сколько конфет съел Карлсон во второй раз, если за три раза он съел 19 конфет?



Решение

В условии задачи количество конфет, съеденных во второй и в третий разы, определяется количеством конфет, съеденных в первый раз. Поэтому через x удобно обозначить количество конфет, съеденных в первый раз. Тогда $2x$ – это количество конфет, съеденных во второй раз, а $x + 3$ – количество конфет, съеденных в третий раз.

В результате имеем уравнение:

$$x + 2x + (x + 3) = 19.$$

Раскрыв скобки и приведя подобные члены, получим $4x = 16$.

Отсюда $x = 4$.

Следовательно, в первый раз Карлсон съел 4 конфеты; во второй раз $2 \cdot 4 = 8$ конфет; в третий раз $4 + 3 = 7$ конфет.

236. Нурдин, Эрмек и Эркин имеют 8212 сомов, причём Нурдин имеет на 2018 сомов больше, чем Эрмек, а Эркин – в два раза меньше денег, чем Эрмек. Сколько денег у Нурдина?



237. Готовясь к ответственным соревнованиям, Татьяна Колпакова¹ за день провела 3 тренировки и совершила 224 прыжка, причём на основной тренировке – в 4 раза больше, чем утром, а вечером – в 2 раза меньше, чем на основной тренировке. Сколько прыжков было совершено вечером?

9.8. Смена места расположения

Задача

На нижней полке книг в два раза больше, чем на верхней. Если с нижней полки переставить на верхнюю 7 книг, то книг на полках станет поровну. Сколько книг на каждой из полок?

Решение

Обозначив через x количество книг на верхней полке, получим, что книг на нижней полке $2x$. После перестановки на верхней полке будет $x + 7$, на нижней полке $2x - 7$ книг.


Так как книг станет поровну, получаем уравнение: $x + 7 = 2x - 7$.

Перенесём число 7 вправо со знаком минус, одночлен $2x$ – влево со знаком минус и получим: $x - 2x = -7 - 7$. Тогда $-x = -14$ и, разделив на -1 , получим $x = 14$. Итак, на верхней полке 14 книг, а на нижней полке $2 \cdot 14 = 28$ книг.

¹ Татьяна Колпакова – выдающаяся кыргызстанская спортсменка, чемпионка Олимпийских игр 1980 года по прыжкам в длину.

Проверяем: если с нижней полки переставить 7 книг на верхнюю, то на нижней останется $28 - 7 = 21$ книга, а на верхней также будет $14 + 7 = 21$ книга.

238. В корзине в 4 раза меньше яблок, чем в ящике. Если из ящика переложить в корзину 15 яблок, то яблок в корзине и ящике будет поровну. Сколько яблок в ящике?

 **239.** На первый хлебозавод завезли в три раза больше пшеницы, чем на второй. Если бы 25 тонн пшеницы вместо первого хлебозавода отвезли на второй, то пшеницы было бы завезено поровну. Сколько пшеницы завезли на первый хлебозавод?

9.9. Использование разных разбиений

Задача

Летели галки, сели на палки:

по две сядут – одна палка лишняя,

по одной сядут – одна галка лишняя.

Сколько было палок, сколько – галок?

Решение

Обозначим через x количество палок. Тогда из условия «по две сядут – одна палка лишняя» следует, что галок было $2(x - 1)$.


Из условия «по одной сядут – одна галка лишняя» следует, что галок было $x + 1$.

Отсюда: $2(x - 1) = x + 1$.

Раскрываем скобки: $2x - 2 = x + 1$, приводим подобные члены: $x = 3$.

Итак, палок было 3, а галок, соответственно, 4.

240. Летели стрекозы, сели на берёзы:
по три сядут – две берёзы лишние,
по две сядут – две стрекозы лишние.
Сколько было берёз, сколько стрекоз?

 **241.** Сергей принёс дочкам тетради. Сначала они решили взять по три, но при этом три тетради оказались лишними. После они решили взять по пять тетрадей, но тогда одной не хватало. Сколько дочек у Сергея?

9.10. Перекладывания



Задача

В корзине было в 3 раза меньше винограда, чем в ящике. Если из корзины переложить 1 кг винограда в ящик, то винограда в ящике будет в четыре раза больше, чем в корзине. Сколько винограда в ящике?

Решение


Обозначив через x количество кг винограда в корзине, получим, что винограда в ящике $3x$ кг. После перекладывания в корзине будет $x - 1$, в ящике $3x + 1$ кг винограда.


Так как винограда в ящике станет в четыре раза больше, получаем уравнение: $4(x - 1) = 3x + 1$. Откроем скобки: $4x - 4 = 3x + 1$, перенесём число 4 вправо со знаком плюс, одночлен $3x$ – влево со знаком минус. Получим $4x - 3x = 1 + 4$. Тогда $x = 5$.

Итак, в корзине 5 кг винограда, а в ящике $3 \cdot 5 = 15$ кг.

Проверяем: если из корзины переложить 1 кг винограда в ящик, то в корзине останется $5 - 1 = 4$ кг, а в ящике будет $15 + 1 = 16$ кг – в 4 раза больше.

242. В маленькой бочке было в 6 раз меньше бензина, чем в большой. После того как из большой бочки перелили 4 литра бензина в маленькую, в большой бочке осталось в 4 раза больше, чем в маленькой. Сколько бензина было в большой бочке вначале?

 **243.** На первый хлебозавод завезли в два раза больше пшеницы, чем на второй. Если бы 25 тонн пшеницы вместо первого хлебозавода отвезли на второй, то пшеницы на втором хлебозаводе было бы в три раза больше, чем на первом. Сколько пшеницы завезли на первый хлебозавод?

 **244.** Составьте и решите задачи на перестановки, перекладывания... по типу задач пунктов 8–10.

9.11. Разбиение на части

Задача

Гульмира раздала конфеты поровну пятерым детям. Когда трое съели по 5 конфет, то увидели, что у них осталось ровно столько, сколько дано двум остальным. Сколько конфет раздала Гульмира?

Решение

Если x – количество конфет, полученных одним ребёнком, то $3(x - 5)$ – это количество конфет у троих, после того, как они съели по 5 конфет. Тогда $3(x - 5) = 2x$. Отсюда: $3x - 15 = 2x$, и затем: $x = 15$. Следовательно, было роздано $5 \cdot 15 = 75$ конфет.

245. Пятеро мальчиков играют в альчики. В начале игры у всех было одинаковое количество альчиков. После того как 3 мальчика проиграли по два альчика, у них осталось столько альчиков, сколько стало у остальных двоих. Сколько альчиков было у каждого мальчика в начале игры?



246. Семеро рабочих должны изготовить одинаковое количество деталей. Пятеро начали работать чуть раньше, и после того как они изготовили по 6 деталей, им вместе осталось изготовить столько деталей, сколько должны изготовить вместе двое оставшихся. Сколько всего деталей должно быть изготовлено?

9.12. Нахождение числа элементов

Использование уравнений помогает справиться с большим кругом самых разнообразных задач. Следующая задача показывает, как уравнение используется для определения количества элементов некоторого множества.

Задача

В классе из 28 учащихся 20 девочек, очкариков – 13, а число мальчиков-очкариков в два раза меньше числа девочек, не носящих очков. Сколько мальчиков не носят очков?

Решение

Составим таблицу, обозначив через x количество мальчиков, носящих очки, D – множество девочек, G – множество учащихся, носящих очки. Тогда \bar{D} – множество мальчиков, \bar{G} – множество тех, кто не носит очков.

	G	\bar{G}	
D		$2x$	20
\bar{D}	x		
	13		28

На первом шаге можно заполнить 4-ю строку и четвёртый столбец.

	G	\bar{G}	
D		2x	20
\bar{D}	x		8
	13	15	28

Далее, ячейку на пересечении 2-й строки и 2-го столбца можно заполнить двумя способами: по строке и по столбцу. По строке: $20 - 2x$; по столбцу: $13 - x$.

	G	\bar{G}	
D	$20 - 2x$ и $13 - x$	2x	20
\bar{D}	x		8
	13	15	28

Следовательно, имеет место уравнение $20 - 2x = 13 - x$. Его решение: $x = 7$. Тогда


	G	\bar{G}	
D	6	$2x = 14$	20
\bar{D}	$x = 7$		8
	13	15	28

Закончим заполнять таблицу и получим ответ на поставленный вопрос.

	G	\bar{G}	
D	6	$2x = 14$	20
\bar{D}	$x = 7$	1	8
	13	15	28

Видимо, это какой-то «математический» класс – только один мальчик не носит очков.

247. Опрос, проведённый среди 40 мальчиков, показал, что 30-ти из них нравятся девочки с косичками, 24-м нравятся отличницы. Скольким мальчикам безразличны оба признака, если их число в 3 раза меньше тех, кому нравятся отличницы с косичками?

 248. Жили у бабуси
Сорок восемь гусей,
Сорок белых,
Семь весёлых –
Гуси у бабуси.

Сколько весёлых белых гусей было у бабуси, если их в два раза меньше, чем тех гусей, которые не имеют ни одного из этих признаков?

9.13. Нахождение части целого

Задача

Элеонора утверждает, что в трёх шкафах имеется 160 книг. При этом в первом – на 8 книг меньше, чем во втором, и на 5 книг больше, чем в третьем? Сколько книг во втором шкафу?



Решение


Обозначим через x количество книг в первом шкафу.

Тогда $x + 8$ – это количество книг во втором шкафу и $(x + 8) - 5$ – количество книг в третьем шкафу.

В результате имеем уравнение: $x + (x + 8) + (x + 8) - 5 = 160$. Раскрыв скобки и приведя подобные члены, получим: $3x + 11 = 160$. Перенесём 11 в правую часть и получим: $3x = 149$. Далее нужно разделить уравнение на 3.

При делении числа 149 на 3 получается не целое, а дробное число. (О дробных числах будем говорить в последующих параграфах.) Но количество книг должно быть целым числом. Следовательно, задача не имеет решения. Видимо, Элеонора где-то ошиблась.

249. Эсен утверждает, что в трёх ящиках имеются 82 банки. При этом в первом ящике банок в 2 раза меньше, чем во втором, и на 5 банок больше, чем в третьем. Сколько банок в третьем ящике?

 250. Альбина утверждает, что в двух букетах имеется 24 цветка. При этом в первом букете на 5 цветков больше. Сколько цветков в каждом букете?

9.14. Определение числа по цифрам



Задача

Определите двузначное число, зная, что, убрав цифру 6, стоящую на втором месте, получим ту же цифру, какую можно получить, разделив это число на двенадцать.

Решение

Если обозначить первую цифру через x , то искомое число можно записать как в виде $x \cdot 10 + 6$, так и в виде $12x$.

Приведём в полученном уравнении $x \cdot 10 + 6 = 12x$ подобные члены: $6 = 2x$ и получим $x = 3$. Следовательно, искомое число равно 36.

Результат можно проверить по условиям задачи: убираем в числе 36 цифру 6 – получаем 3; делим 36 на 12 – получаем 3.

251. Определите трёхзначное число, зная, что, убрав цифры 1 и 5, стоящие на первом и третьем местах, получим тот же результат, какой получится в результате деления этого числа на сорок пять.



252. Определите двузначное число, зная, что, убрав цифру 4, стоящую на первом месте, получим тот же результат, какой получится в результате деления этого числа на девять.

9.15. Операции над цифрами чисел



Задача

Если от трёхзначного числа x отнять число, полученное из x путём перестановки 1-й и 3-й цифр, то получится 792. Найдите x , зная, что сумма цифр, использованных при его записи, равна 19.

Решение

Обозначим искомое число \overline{abc} .

Тогда $x = 100a + 10b + c$ и из первого условия:

$$(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 792.$$

$$\text{Сгруппировав, получим } (100a - 100c) + (10b - 10b) + (c - a) = 792.$$

$$\text{Тогда } 100(a - c) + (c - a) = 792.$$

$$\text{Поменяв знаки во второй скобке, получим: } 100(a - c) - (a - c) = 792.$$

$$\text{Тогда } 99(a - c) = 792, \text{ и отсюда } a - c = 8.$$

Так как a и c являются цифрами, они могут быть равны только 0, 1, 2... 9.

Поэтому уравнение $a - c = 8$ имеет только два решения: (9; 1), (8; 0). Теперь воспользуемся условием $a + b + c = 19$ и, подставив вместо a девять и вместо c – один, получим ответ: $x = 991$.

Если вместо a подставить восемь и вместо c – ноль, получим, что $b = 11$. А так как b является цифрой, такой ответ нам не годится.

253. Если от двузначного числа x отнять число, полученное из x путём перестановки его цифр, то получится 81. Найдите x .

254. Если от трёхзначного числа x отнять число, полученное из x путём перестановки 1-й и 3-й цифр, то получится 736. Найдите x , зная, что сумма цифр, использованных при его записи, равна 22.



255. Если от двузначного числа x отнять число, полученное из x путём перестановки его цифр, то получится 45. Найдите x , зная, что сумма цифр, использованных при его записи, равна 9.



256. Если от трёхзначного числа x отнять число, полученное из x путём перестановки 1-й и 3-й цифр, то получится 693. Найдите x , зная, что сумма цифр, использованных при его записи, равна 18.



1. Решите уравнения.

a) $2x - 8 = 0$

f) $5 - 2x + 4x = 21$

k) $15(x - 2) = 7(x - 2) + 16$

b) $3x - 8 = 4$

g) $2(x - 8) = 20$

l) $3(5 + 2x) + 4x = 1455$

c) $3x + 8 = x$

h) $3(x - 8) = 2x - 4$

m) $3x - 8 = 5x$

d) $5x = 180 - 5x$

i) $3x - 2 = 14 - 5x$

n) $5(x + 2) = 9(x - 2) + 16$

e) $5x - 2 = 3x + 2$

j) $8(x + 2) = 5(x + 2) + 15$

2. В двух кассах стадиона продали 592 билета. Сколько билетов было продано в каждой кассе, если в первой продали на 86 билетов больше?

3. Беназир и Маша в первом полугодии получили 86 пятёрок. Сколько пятёрок получила Маша, если их у неё меньше на 8?

4. Марина и Стёпа за неделю провели у компьютера 45 часов. Сколько часов был у компьютера Стёпа, если его время в два раза больше?

5. Жили у Маруси
Сто четыре гуся.
Сколько серых,
Если белых
Больше на четыре?

6. В дружине Манаса сорок витязей. Сколько среди них левшей, если их число в три раза меньше, чем других?

7. После того как Динара купила салфеток на 245 сомов и полотенец на 567 сомов, у неё осталось 392 сома. Сколько сомов было у неё до этих покупок?

8. После того как Тураш купил 2 флешки по 350 сомов и 3 диска, у него осталось 240 сомов. Сколько стоил один диск, если до этих покупок у него было 985 сомов?

9. После того как Арстан купил 2 футболки по 550 сомов и несколько пар носков по цене 35 сомов, у него осталось 470 сомов. Сколько пар носков купил Арстан, если до этих покупок у него было 1675 сомов?

10. Мама хотела дать детям по 5 конфет, но ей не хватило 2-х конфет. Поэтому она раздала детям по 4 конфеты, и 3 конфеты остались лишними. Сколько было детей?¹

¹ Задача из «Всемирной арифметики» И. Ньютона.

11. У Кати, Тони и Асель 1274 сома. При этом у Тони на 70 сомов больше, чем у Кати, а у Асели – на 84 сома больше, чем у Тони. Сколько сомов у Асели?

12. На свитер, шапку и шарф израсходовали 555 г шерсти. При этом на шапку ушло в 5 раз меньше шерсти, чем на свитер, и на 5 г больше, чем на шарф. Сколько шерсти израсходовали на свитер?

13. Алмамбет купил себе игрушечный пистолет, Расул – машину, Канай – книгу. Оказалось, что Расул истратил в 5 раз больше, чем Алмамбет, а Канай – в 5 раз больше, чем Расул. Все вместе они израсходовали 279 сомов. Сколько стоила каждая покупка?

14. Айджан купила себе носки, две футболки и платье, заплатив 750 сомов. Сколько стоила каждая покупка, если футболка стоит в 4 раза дороже носков, а платье – в 4 раза дороже футболки?

15. Одного человека спросили, сколько у него денег. Он ответил: «Мой брат втрое богаче меня, отец втрое богаче брата, дед втрое богаче отца, а у всех нас ровно миллион рублей. Вот и узнайте, сколько у меня денег»¹.

16. На доске написано некоторое число. Асель увеличила это число на 77, а Чолпон уменьшила на 3. Результат Асель оказался в 5 раз больше, чем у Чолпон. Какое число было написано на доске?

17. На доске написано некоторое число. Акылай увеличила это число в 7 раз, а Нургуль увеличила на 3. Результат Акылай оказался в 4 раза больше, чем у Нургуль. Какое число было написано на доске?

18. Марат утверждает, что первый арбуз в два раза тяжелее, чем второй, и на 3 кг легче, чем третий. Найдите вес каждого арбуза, зная, что вместе они весят 33 кг.



19. Максим утверждает, что молока в первой фляге в два раза меньше, чем во второй, а в третьей на 25 литров меньше, чем во второй. Сколько литров в третьей фляге, если известно, что в трёх флягах 35 литров молока?

20. Побывав в саду, Тахир обнаружил, что яблонь там в 6 раз больше, чем груш. А Зухра обнаружила, что яблонь там на 30 больше, чем груш. Сколько яблонь в этом саду?

¹ Задача из «Всемирной арифметики» И. Ньютона.

$VI + IV = X$
 $P = 2(a + b)$ $14x = -42$

21. «Три девицы под окном пряли поздно вечерком». Вторая девица спряла пряжи в три раза больше, чем первая, а третья на 800 г меньше, чем вторая. Все вместе они спряли 4800 г пряжи. Сколько пряжи спряла в этот вечер каждая девица?

22. В дружине Манаса сорок витязей. Тринадцать из них носят бороду, десять бреют голову. Сколько среди них тех, кто не носит бороду и не бреют голову, если число тех, кто не носит бороду и бреет голову, в два раза меньше тех, кто носит бороду и не бреет голову?

23. Если от двузначного числа x отнять число, полученное из x путём перестановки его цифр, то получится 99. Найдите x .

24. Если от трёхзначного числа x отнять число, полученное из x путём перестановки второй и третьей цифр, то получится 36. Найдите x , зная, что сумма цифр, использованных при его записи, равна 22.

§ 10. Элементы геометрии (2)

Этот параграф, как следует из его названия, тесно связан с параграфом 4.

10.1. Прямоугольный треугольник. Катет. Гипотенуза. Площадь

Отрезок, соединяющий противоположные вершины прямоугольника, называется **диагональю** прямоугольника. Он делит прямоугольник на два одинаковых треугольника. Один из углов этих треугольников прямой, поэтому они называются **прямоугольными**.

Отрезки AB , BC и AC на рисунке 1 вместе составляют треугольник ABC и называются его **сторонами**, а точки A , B и C – **вершинами** треугольника ABC .

Стороны прямоугольного треугольника, образующие прямой угол, называются **катетами**. Оставшаяся сторона называется **гипотенузой**.

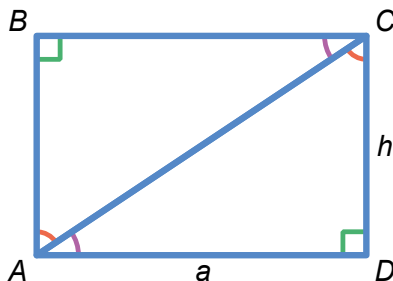


Рисунок 1

Так как прямоугольник делится диагональю на два равных прямоугольных треугольника, площадь прямоугольного треугольника равна половине площади соответствующего прямоугольника: $S = ah : 2$.

Эту формулу можно произносить следующим образом: **площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин катетов**.

Задача

Один из катетов прямоугольного треугольника равен 3 см, гипотенуза – больше на 2 см, а периметр равен 12 см. Определите его площадь.


Решение


Гипотенуза этого треугольника равна $3 \text{ см} + 2 \text{ см} = 5 \text{ см}$. Так как периметр есть сумма длин всех сторон, второй катет равен $12 \text{ см} - 3 \text{ см} - 5 \text{ см} = 4 \text{ см}$.

Тогда площадь равна $(3 \cdot 4) : 2 = 6$ квадратных сантиметров.

257. Катет прямоугольного треугольника равен 5 см, гипотенуза – 13 см, а периметр больше катета в шесть раз. Определите его площадь.

258. Катет треугольника равен 6 м, гипотенуза – 10 м, а площадь – 24 квадратных метра. Определите его периметр.

 **259.** Катет прямоугольного треугольника равен 20 см, гипотенуза – 25 см, а периметр больше катета в три раза. Определите его площадь.

 **260.** Катет треугольника равен 10 м, гипотенуза – 26 м, а площадь – 120 квадратных метров. Определите его периметр.

10.2. Площадь прямоугольника и прямоугольного треугольника

Задача

В прямоугольнике $ABCD$, высота которого равна 6 м, основание – 16 м, выделили четырёхугольник $EBFD$ со сторонами DE и DF , равными 2 м и 4 м соответственно. Определите площадь $EBFD$.

Решение

Четырёхугольник $EBFD$ можно получить, удалив прямоугольные треугольники ABE и FBC из прямоугольника $ABCD$. Поэтому искомая площадь есть разность соответствующих площадей.

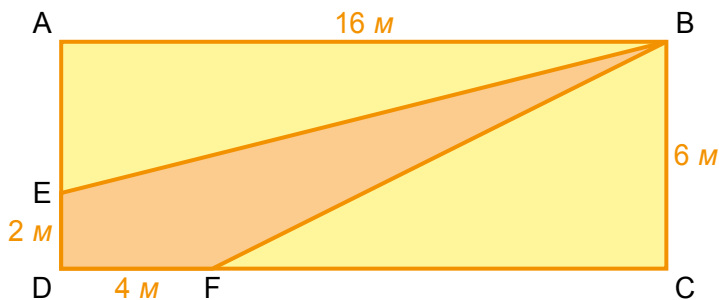



Рисунок 2

Площадь прямоугольника $ABCD$: $6\text{ м} \cdot 16\text{ м} = 96\text{ м}^2$; площадь прямоугольного треугольника ABE , так как длина $AE = 6\text{ м} - 2\text{ м} = 4\text{ м}$, равна $(16 \cdot 4) : 2 = 32\text{ м}^2$; площадь прямоугольного треугольника FBC , так как длина $FC = 16\text{ м} - 4\text{ м} = 12\text{ м}$, равна $(6 \cdot 12) : 2 = 36\text{ м}^2$.

Следовательно, площадь $EBFD = 96\text{ м}^2 - 32\text{ м}^2 - 36\text{ м}^2 = 28\text{ м}^2$.

261. В квадрате $ABCD$, сторона которого равна 8 м, выделили треугольник ACE . Точка E лежит на стороне AD , длина AE равна 3 м. Определите площадь ACE .

-  **262.** В прямоугольнике $ABCD$, высота которого равна 4 м, основание – 14 м, выделили четырёхугольник $EBFD$ так, что сторона DE является половиной стороны AD , а сторона DF – половиной DC . Определите площадь $EBFD$.

10.3. Углы прямоугольного треугольника

Из того, что прямоугольник делится диагональю на два равных прямоугольных треугольника, получаем не только формулу для вычисления площади, но и то, что сумма углов прямоугольного треугольника равна половине суммы углов прямоугольника: $360^\circ : 2 = 180^\circ$.

Один из углов прямоугольного треугольника равен 90° . Следовательно, сумма двух оставшихся углов равна девяноста градусам: $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

Задача

1. Один из углов прямоугольного треугольника равен 9° . Чему равны другие углы?
2. Один из углов прямоугольного треугольника равен 90° . Чему равны другие углы?
3. Квадрат разделили диагональю. Чему равны углы полученных треугольников?

Решение

1. Так как треугольник прямоугольный, то один из углов равен 90° . Оставшийся угол равен: $180^\circ - 90^\circ - 9^\circ = 81^\circ$.
2. Определить другие углы невозможно – не хватает информации.
3. Получится два одинаковых прямоугольных треугольника с равными катетами. (Начертите.) При этом диагональ разделит соответствующие углы прямоугольника пополам. Следовательно, углы треугольника равны $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$.

263. Один из углов прямоугольного треугольника равен 27° . Чему равны другие углы?

264. Один из углов прямоугольного треугольника равен 102° . Чему равны другие углы?

 **265.** Один из углов прямоугольного треугольника равен 73° . Чему равны другие углы?

 **266.** Один из углов прямоугольного треугольника равен 22° . Чему равны другие углы?

10.4. Соотношения между углами прямоугольного треугольника

Задача

1. Один из углов прямоугольного треугольника больше другого на 10° . Чему равны углы этого треугольника?

2. Один из углов прямоугольного треугольника больше другого в пять раз. Чему равны углы этого треугольника?

Решение

1. Так как треугольник прямоугольный, то его больший угол равен 90° . Сумма двух оставшихся тоже 90° . Имеют место 2 варианта:

а) Если в условиях задачи речь идёт о прямом угле – угле величиной 90° , то угол, который меньше его на 10° , равен: $90^\circ - 10^\circ = 80^\circ$, а третий угол равен 10° .

б) Если в условиях задачи речь идёт не о прямом угле, то, обозначив один из оставшихся углов через x , получим, что другой оставшийся угол равен $x - 10^\circ$.

Решив полученное уравнение: $x + x - 10^\circ = 90^\circ$, получим, что $x = 50^\circ$.

Итак, получилось, что углы треугольника равны 90° , 50° и $50^\circ - 10^\circ = 40^\circ$.

2. Как было отмечено в решении пункта 1, имеют место 2 варианта:

а) Если в условиях задачи речь идёт о прямом угле – угле величиной 90° , то угол, который меньше него в пять раз, равен: $90^\circ : 5 = 18^\circ$, а третий угол равен $90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$.


б) Если в условиях задачи речь не о прямом угле, то, обозначив один из оставшихся углов через x , получим, что другой оставшийся угол равен $5x$.


Решив полученное уравнение: $x + 5x = 90^\circ$, получим, что $x = 15^\circ$.

Итак, получилось, что углы треугольника равны 90° , 15° и $15^\circ \cdot 5 = 75^\circ$.

267. Один из углов прямоугольного треугольника больше другого на 16° . Чему равны углы этого треугольника?

268. Один из углов прямоугольного треугольника больше другого в два раза. Чему равны углы этого треугольника?

 **269.** Один из углов прямоугольного треугольника больше другого на 62° . Чему равны углы этого треугольника?

 **270.** Один из углов прямоугольного треугольника больше другого в девять раз. Чему равны углы этого треугольника?

10.5. Длины сторон и площадь прямоугольника

Задача

Одна сторона прямоугольника меньше другой в три раза, а разность длин остальных сторон – 16 см. Чему равна площадь этого прямоугольника?

Решение

Обозначим длину первой стороны через x . Тогда длина второй стороны равна $3x$. Можно задуматься над тем, как обозначить остальные стороны, но, к счастью, этого делать не нужно. Как известно, противоположные стороны

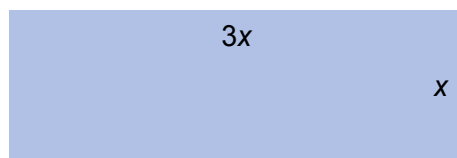


Рисунок 3

прямоугольника равны. Поэтому второе условие задачи позволяет написать уравнение: $3x - x = 16$. Отсюда получаем, что $2x = 16$, и затем: $x = 8$. Итак, мы определили, что ширина прямоугольника равна 8 см , длина – 24 см . Следовательно, его площадь: $8 \cdot 24 = 192\text{ см}^2$, периметр: $8 + 24 + 8 + 24 = 64\text{ см}$.

271. Одна сторона прямоугольника больше другой в шесть раз, а разность длин остальных сторон – 60 м . Чему равен периметр этого прямоугольника?



272. Одна сторона прямоугольника больше другой в четыре раза, а разность длин остальных сторон – 21 мм . Чему равна площадь этого прямоугольника?

10.6. Периметр

Задача

Периметр четырёхугольника равен 65 см . Первая и вторая стороны равны, третья больше второй в два раза, а четвёртая меньше третьей на 7 см . Определите длины сторон этого четырёхугольника.

Решение

Обозначим длину первой стороны через x . Тогда длина второй стороны тоже x , длина третьей стороны $2x$, четвёртой – $2x - 7$. Так как периметр – это сумма длин сторон, получаем уравнение: $x + x + 2x + 2x - 7 = 65$. Приведём подобные члены: $6x - 7 = 65$; перенесём 7 в правую часть со знаком плюс и получим уравнение: $6x = 72$. Разделив уравнение на 6 , получим, что $x = 12$.

Итак, мы узнали, что длина первой стороны равна 12 см . Тогда и длина второй стороны – 12 см , длина третьей стороны: $2 \cdot 12 = 24\text{ см}$, четвёртой стороны: $24 - 7 = 17\text{ см}$, а сумма всех длин равна $12 + 12 + 24 + 17 = 65\text{ см}$.

273. Периметр прямоугольника равен 78 м . Основание короче высоты на 7 м . Определите длину основания.



274. Периметр треугольника равен 53 см . Первая и вторая стороны равны, третья больше второй на 8 см . Определите длину третьей стороны этого треугольника.

10.7. Длины сторон и периметр

Задача

Периметр треугольника равен 17 см. Первая сторона короче второй на 3 см, третья – в два раза длиннее второй. Определите длину третьей стороны этого треугольника.


Решение

Обозначим длину первой стороны через x . Тогда длина второй стороны равна $x + 3$, длина третьей $2(x + 3)$. Тогда $x + x + 3 + 2(x + 3) = 17$. Откроем скобки и приведём подобные члены: $4x + 9 = 17$; перенесём 9 в правую часть со знаком минус и получим уравнение: $4x = 8$. Разделив уравнение на 4, получим, что $x = 2$.

Итак, мы получили, что длина первой стороны равна 2 см, длина второй стороны $2 + 3 = 5$ см, длина третьей стороны $2 \cdot 5 = 10$ см.


Мы правильно решили уравнение: $x + x + 3 + 2(x + 3) = 17$. Но дело в том, что задача неправильная. Не бывает треугольников с такими сторонами!

Для всех многоугольников справедливо условие: **длина большей стороны многоугольника всегда меньше суммы длин остальных сторон.**

 **275.** Изготовьте палочки длиной 2 см, 5 см, 7 см и 10 см. Постарайтесь составить треугольник из палочек длиной:

а) 2 см, 5 см и 10 см; б) 2 см, 7 см и 10 см; с) 5 см, 7 см и 10 см.

276. Периметр четырёхугольника равен 12 м. Первая сторона меньше второй на 5 м, третья больше второй в два раза, а четвёртая меньше третьей на 7 м. Определите длины сторон этого четырёхугольника.

 **277.** Периметр четырёхугольника равен 25 м. Первая сторона равна второй, третья больше второй в два раза, а четвёртая больше третьей на 7 м. Определите длины сторон этого четырёхугольника.

10.8. Куб. Площадь поверхности куба

Поверхность куба состоит из 6 **граней**, каждая из которых есть квадрат. **Квадрат** – прямоугольник, у которого все стороны равны. Сторона такого квадрата называется **ребром** куба. Следовательно, если ребро куба равно a , то площадь каждой грани куба равна $a \cdot a$. Сумма площадей всех граней куба даёт площадь поверхности куба. Если ребро куба равно a , то площадь поверхности куба равна $6 \cdot a \cdot a$.

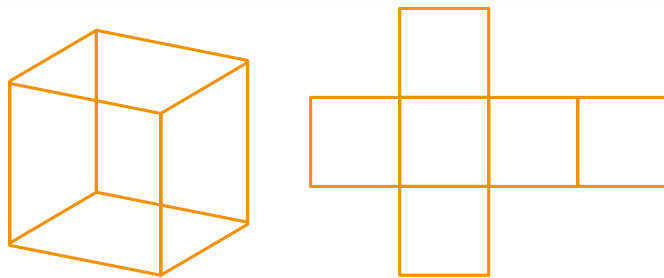


Рисунок 4

Задача

Определим площадь поверхности куба с ребром, равным 3 м.

Решение

Каждая грань этого куба имеет площадь $3 \cdot 3 = 9$ *квадратных метров*.

Отсюда получаем ответ: площадь поверхности куба равна $6 \cdot 9 = 54$ *квадратных метра*.

Писать полностью каждый раз обозначение «квадратный метр» было бы слишком долго. Поэтому для этих случаев есть договорённости.

Математики называют результат умножения числового или буквенного выражения на себя квадратом этого выражения и обозначают:

$$a \cdot a = a^2; \quad b \cdot b = b^2; \quad 5 \cdot 5 = 5^2; \quad 7t \cdot 7t = (7t)^2 \dots$$

Соответственно, запись m^2 обозначает квадратный метр, $км^2$ обозначает квадратный километр, $мм^2$ обозначает квадратный миллиметр...

Формула для площади поверхности куба с ребром a : $S = 6a^2$.

278. Ребро первого куба равно 10 м, второго – в два раза больше. Прав ли Незнайка, который утверждает, что площадь поверхности второго куба в два раза больше?

279. Ребро первого куба равно 2 см, второго – в три раза больше. Прав ли Незнайка, который утверждает, что площадь поверхности второго куба в три раза больше?

10.9. Объём куба

Объём куба есть произведение площади основания на высоту: $a \cdot a \cdot a = a^2 \cdot a$.

По аналогии с квадратом произведение трёх одинаковых сомножителей называется кубом: $a \cdot a \cdot a = a^3$; $b \cdot b \cdot b = b^3$; $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$; $7t \cdot 7t \cdot 7t = (7t)^3 \dots$

Соответственно, запись m^3 обозначает кубический метр, $км^3$ обозначает кубический километр, $мм^3$ обозначает кубический миллиметр...
Формула для расчёта объёма куба с ребром a : $V = a^3$.

Задача

1. Вася обнаружил, что площадь поверхности и объём куба с ребром, равным 6 м, выражаются одним и тем же числом. На основании этого он делает заключение, что такое равенство имеет место для всех кубов. Правильно ли это?

2. Вычислив объём куба с ребром 3 м, а также куба, ребро которого в два раза длиннее, Акылай сделала вывод, что объём куба с удвоенным ребром всегда больше объёма исходного куба в 8 раз. Права ли она?

Решение

1. Площадь поверхности данного куба равна

$$S = 6a^2 = 6 \cdot 6^2 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \text{ м}^2.$$

Объём также равен 216: $V = a^3 = 6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \text{ м}^3$.

Вася проделал вычисления правильно. Но вывод сделал неправильный. Несложно догадаться, что площадь поверхности и объём куба выражаются одним и тем же числом только в одном случае: когда ребро куба равно 6.

2. Объём первого куба $V = a^3 = 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \text{ м}^3$. Объём второго куба равен $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \text{ м}^3$. Разделив 216 на 27, получим: $216 : 27 = 8$.

Проверим вывод Акылай для других случаев:

- если ребро куба 2, то объём $2^3 = 8$, в случае удвоенного ребра: $4^3 = 64$, а их отношение опять восемь: $64 : 8 = 8$;
- если ребро куба 5, то объём $5^3 = 125$, в случае удвоенного ребра: $10^3 = 1000$, а их отношение снова восемь: $1000 : 125 = 8$.

Такие вычисления можно выполнять очень долго, но всё равно проверить все возможные случаи мы не сможем.

Но давайте проверим вывод Акылай, используя буквенную запись: объём куба с ребром $2a$ равен $(2a)^3 = 2a \cdot 2a \cdot 2a = 8a^3$.

Так как объём куба с ребром a равен a^3 , мы вслед за Акылай установили, что при увеличении ребра в два раза объём куба увеличивается в восемь раз.

280. Сумма длин рёбер куба равна 120 см. Чему равен его объём?



281. Определите объём и сумму длин рёбер куба, ребро которого равно 5 мм.

10.10. Прямоугольный параллелепипед. Объём

Основанием прямоугольного параллелепипеда является прямоугольник, площадь которого находится по формуле $S = ab$.

Объём прямоугольного параллелепипеда V равен произведению длины a , ширины b и высоты h : $V = abh$.

Объём и площадь основания прямоугольного параллелепипеда связаны формулой $V = Sh$.

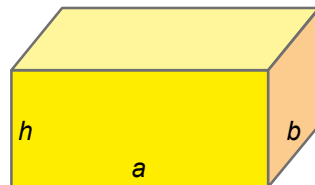


Рисунок 5

Задача

Сколько литров воды вмещает канистра с размерами 20 см, 30 см и 40 см?

Решение


Объём канистры равен $20 \cdot 30 \cdot 25 = 15\,000 \text{ см}^3$.

Один литр – это один кубический дециметр, или сокращенно:
 $1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$.


Так как в одном дециметре 10 сантиметров,

$$1 \text{ дм}^3 = (10 \text{ см})^3 = 10 \text{ см} \cdot 10 \text{ см} \cdot 10 \text{ см} = 1000 \text{ см}^3.$$

Разделив 15 000 на 1000, получим ответ: канистра вмещает 15 литров.

 **282.** Измерьте линейкой длину, ширину и высоту любой прямоугольной ёмкости, имеющейся дома (канистра, аквариум, банка...), и определите её приблизительную ёмкость в литрах.

283. Прямоугольный бассейн вмещает 240 кубических метров. Определите площадь основания, зная, что высота – 2 метра.

 **284.** Объём прямоугольной коробки – 5000 кубических сантиметров. Определите высоту, зная, что площадь основания – 250 см^2 .

10.11. Использование объёма параллелепипеда

Задача

У Самоделкина был деревянный прямоугольный параллелепипед с измерениями 6 дм, 4 дм, 4 дм. Он распилит его на кубики с ребром 2 дм.

Сумеет ли Самоделкин поставить все кубики друг на друга на подставку высотой 1 м, если он это проделывает в помещении, где высота потолков – 3 м?




Решение

Объём параллелепипеда $6 \cdot 4 \cdot 4 = 96 \text{ дм}^3$, а кубика $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \text{ дм}^3$. Отсюда следует, что у Самоделкина получится $96 : 8 = 12$ кубиков.

Если их поставить друг на друга, то общая высота будет $2 \cdot 12 = 24 \text{ дм}$, или $2 \text{ м } 4 \text{ дм}$. И так, Самоделкин не сумеет поставить все кубики друг на друга, так как высота потолков 3 м , а общая высота всех кубиков и подставки $3 \text{ м } 4 \text{ дм}$.

285. Сколько кубиков с ребром 1 дм можно вырезать из деревянного прямоугольного параллелепипеда с измерениями 20 см , 50 см , 40 см ?

 **286.** Сколько кубиков с ребром 3 см можно вырезать из деревянного прямоугольного параллелепипеда с измерениями 6 см , 9 см , 12 см ?

10.12. Площади поверхностей параллелепипеда

Полная поверхность прямоугольного параллелепипеда состоит из 6 прямоугольников: основания и верха, а также четырёх боковых граней. Каждая противоположная друг другу пара этих прямоугольников равна друг другу.

Каркас прямоугольного параллелепипеда состоит из 12 рёбер, четыре из которых представляют длину a , четыре – ширину b и четыре – высоту h прямоугольного параллелепипеда.

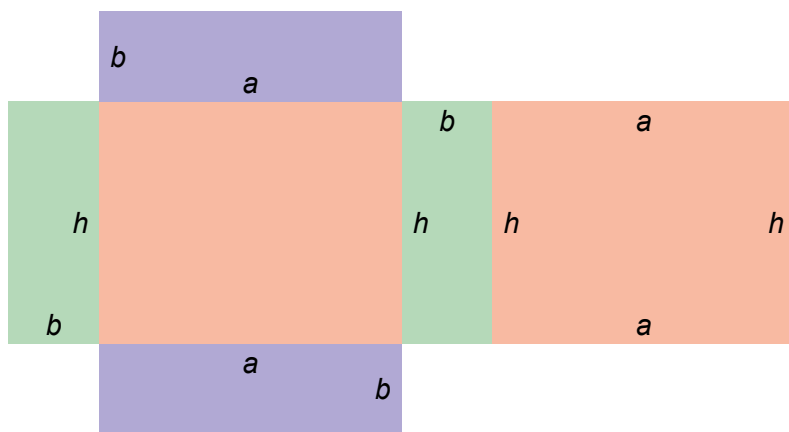


Рисунок 6

Задача

Найдите площадь основания, площадь боковой поверхности и площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, у которого длина $a = 5 \text{ см}$, ширина $b = 2 \text{ см}$ и высота $h = 7 \text{ см}$.

Решение

Площадь основания $ab = 5 \cdot 2 = 10 \text{ см}^2$.


Боковая поверхность состоит из двух прямоугольников с размерами 5 см и 7 см и двух прямоугольников с размерами 2 см и 7 см . Поэтому площадь боковой поверхности равна

$$2ah + 2bh = 2 \cdot 5 \cdot 7 + 2 \cdot 2 \cdot 7 = 70 + 28 = 98 \text{ см}^2.$$

Полная поверхность прямоугольного параллелепипеда состоит из 6 прямоугольников: основания и верха, который равен основанию, а также боковой поверхности. Отсюда следует, что площадь полной поверхности нашего прямоугольного параллелепипеда будет равна

$$10 \text{ см}^2 + 10 \text{ см}^2 + 98 \text{ см}^2 = 118 \text{ см}^2.$$

287. Найдите площадь боковой поверхности прямоугольного параллелепипеда, у которого длина $a = 8 \text{ дм}$, ширина $b = 10 \text{ дм}$, объём $V = 160 \text{ л}$.

 **288.** Найдите объём, площадь боковой поверхности и площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, у которого длина $a = 15 \text{ м}$, ширина $b = 20 \text{ м}$, высота $h = 4 \text{ м}$.

10.13. Объём и площади поверхностей параллелепипеда

Задача

Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, у которого ширина $b = 3 \text{ м}$, площадь основания равна 27 м^2 , площадь полной поверхности – 174 м^2 .

Решение

Так как площадь основания $ab = 27 \text{ м}^2$, а ширина $b = 3 \text{ м}$, длина $a = 27 : 3 = 9 \text{ м}$.


Площадь полной поверхности равна $2ab + 2ah + 2bh = 174 \text{ м}^2$. Подставив вместо a и b их численные значения, получим уравнение

$$2 \cdot 9 \cdot 3 + 2 \cdot 9 \cdot h + 2 \cdot 3 \cdot h = 174 \text{ м}^2.$$

Отсюда: $54 + 24h = 174 \text{ м}^2$. Перенесём 54 влево и, разделив уравнение $24h = 120 \text{ м}^2$ на 24 , определим, что $h = 5 \text{ м}$.

Итак, объём этого прямоугольного параллелепипеда равен $9 \cdot 3 \cdot 5 = 135 \text{ м}^3$.

289. Найдите площадь боковой поверхности прямоугольного параллелепипеда, у которого площадь полной поверхности равна 240 дм^2 , а площадь основания меньше площади боковой поверхности на 60 дм^2 .

 **290.** Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, у которого длина $a = 6 \text{ м}$, площадь основания равна 24 м^2 , площадь боковой поверхности – 140 м^2 .

10.14. Рёбра, объём и площади поверхностей параллелепипеда

Задача

Сумма длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда равна 88 см. Найдите его объём и площадь полной поверхности, зная, что длина a больше ширины b в два раза, а высота h больше длины на 2 см.


Решение

Сумму длин всех рёбер можно определить по формуле $4a + 4b + 4h$. Так как для данного прямоугольного параллелепипеда $a = 2b$, а $h = 2b + 2$, имеет место уравнение $4 \cdot 2b + 4b + 4(2b + 2) = 88$. Раскрываем скобки, приводим подобные члены: $20b + 8 = 88$. Отсюда $b = 4$.

Мы получили, что ширина данного прямоугольного параллелепипеда равна 4 см. Тогда его длина $4 \cdot 2 = 8$ см, а высота $8 + 2 = 10$ см.

Отсюда следует, что объём нашего прямоугольного параллелепипеда $V = abh = 4 \cdot 8 \cdot 10 = 320 \text{ см}^3$, а площадь полной поверхности равна $2ab + 2ah + 2bh = 2 \cdot 8 \cdot 4 + 2 \cdot 8 \cdot 10 + 2 \cdot 4 \cdot 10 = 304 \text{ см}^2$.

291. Сумма длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда равна 116 м. Найдите его объём и площадь боковой поверхности, зная, что длина a больше ширины b на 3 м, а высота h больше длины на 2 м.

 **292.** Сумма длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда равна 132 см. Найдите его объём и площадь полной поверхности, зная, что длина a больше ширины b в три раза, а высота h меньше длины в два раза.

10.15. Соотношения между прямоугольниками

Задача

Длина первого прямоугольника 30 см, второго – 17 см. Ширина первого прямоугольника на 7 см меньше ширины второго. Найдите их площади, зная, что площадь первого прямоугольника на 24 см^2 больше площади второго.

Решение

Обозначим через x ширину первого прямоугольника. Тогда ширина второго прямоугольника равна $x + 7$; площадь первого прямоугольника $30x$; площадь второго прямоугольника равна $17(x + 7)$.


Разность площадей определяет уравнение $30x - 17(x + 7) = 24$.

Раскроем скобки: $30x - 17x - 119 = 24$, приведём подобные члены: $13x = 143$ и, разделив на 13, получим: $x = 11$.

Итак, мы получили, что ширина первого прямоугольника 11 см, второго – 18 см.

В правильности нашего ответа убедимся, вычислив разность площадей: $11 \cdot 30 - 18 \cdot 17 = 24 \text{ см}^2$.

293. Длина первого прямоугольника равна 45 м, второго – 18 м. Ширина первого прямоугольника на 2 м меньше ширины второго. Найдите их площади, зная, что площадь первого прямоугольника в два раза больше площади второго.

 **294.** Длина первого прямоугольника равна 54 мм, второго – 28 мм. Ширина первого прямоугольника в два раза меньше ширины второго. Найдите их площади, зная, что площадь первого прямоугольника на 34 мм^2 меньше площади второго.



1. Основание прямоугольника равно 10 м, высота – 14 м. Из него вырезан прямоугольный треугольник с катетами 8 м, 6 м и гипотенузой 10 м. Определите площадь и периметр полученной фигуры.
2. Основание прямоугольника равно 12 м, высота – 8 м. Из него вырезан прямоугольный треугольник с катетами 3 м, 4 м и гипотенузой 5 м. Определите площадь и периметр полученной фигуры.
3. Катет прямоугольного треугольника равен 9 см, гипотенуза – 15 см, а периметр больше катета в четыре раза. Определите его площадь.
4. Катет треугольника равен 16 м, гипотенуза – 20 м, а площадь – 96 м^2 . Определите его периметр.
5. В квадрате $ABCD$, сторона которого равна 72 м, выделили треугольник ABE . Точка E лежит на середине стороны CD . Определите площадь ABE .
6. В прямоугольнике $ABCD$, высота которого 14 м, основание – 8 м, выделили четырёхугольник $EFGH$ так, что точки E, F, G, H лежат на серединах сторон прямоугольника $ABCD$. Определите площадь $EFGH$.
7. Один из углов прямоугольного треугольника равен 77° . Чему равны другие углы?
8. Пересечение двух треугольников является:
 - a) треугольником;
 - b) четырёхугольником;
 - c) пятиугольником;
 - d) шестиугольником;
 - e) возможны варианты а–с;
 - f) возможны варианты а–d.
9. Определите высоту прямоугольного параллелепипеда, объём которого равен 7500 м^3 , площадь основания – 2500 м^2 .
10. Во сколько раз увеличится объём куба при увеличении ребра в три раза?
11. Начертите в тетради и дополните таблицу, используя известные размеры прямоугольного параллелепипеда.

Длина	2 см		6 м	
Ширина	5 см	3 см		3 см
Высота	4 см	20 см	3 м	
Площадь основания		30 см^2		15 см^2
Объём			18 м^3	45 см^3

12. Какой будет общая длина ленты, составленной из полосок шириной 2 см, нарезанных из прямоугольного куска материи с размерами 15 см и 40 см?

13. Начертите в тетради и дополните таблицу, используя известные размеры прямоугольного параллелепипеда.

Длина	12 см		6 м	
Ширина	3 см	30 м		5 см
Высота	2 см	2 м	3 м	
Площадь основания				15 см ²
Объём			18 м ³	
Площадь боковой поверхности				80 см ²
Площадь полной поверхности		376 м ²		

14. Найдите площадь верха прямоугольного параллелепипеда, у которого площадь полной поверхности равна 450 дм², а площадь основания меньше площади боковой поверхности в три раза.

15. Один из углов прямоугольного треугольника больше другого на 64°. Чему равны углы этого треугольника?

16. Одна сторона прямоугольника больше другой в пять раз, а разность длин остальных сторон – 16 км. Чему равны площадь и периметр этого прямоугольника?

17. Найдите сумму длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда с шириной 13 м, площадью основания 182 м², площадью полной поверхности 472 м².

18. Сумма длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда равна 84 м. Найдите его объём и площадь боковой поверхности, зная, что длина a больше ширины b на 11 м, а высота h меньше ширины в два раза.

19. Периметр четырёхугольника 38 мм. Первая сторона меньше второй на 2 мм, третья больше второй в три раза, а четвёртая меньше третьей на 4 мм. Определите длины сторон этого четырёхугольника.

20. Периметр четырёхугольника 47 м. Первая сторона равна второй, третья меньше второй в два раза, а четвёртая меньше третьей на 7 м. Определите длины сторон этого четырёхугольника.

21. Периметр треугольника 58 мм. Первая сторона больше второй на 8 мм, третья больше второй в три раза. Определите длины сторон этого треугольника.

$VI + IV = X$
 $P = 2(a + b)$ $14x = -42$

22. Одну из сторон квадрата увеличили на 7 см, а другую увеличили в 2 раза. В результате получился прямоугольник, периметр которого равен 56 см. Найдите длину стороны квадрата.

23. Одну из сторон квадрата уменьшили на 9 см, а другую увеличили в 3 раза. В результате получился прямоугольник, периметр которого равен 38 см. Найдите длину стороны квадрата.

24. Из фанеры требуется сделать ящик для почтовой посылки, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 30 см, 20 см и 25 см. Сколько фанеры потребуется для изготовления ящика? Какова его вместимость? Сколько метров рейки понадобится для изготовления каркаса ящика?

25. Длина комнаты равна 7 м, ширина – 4 м, а высота – 3 м. Сколько m^2 обоев требуется для полной оклейки стен комнаты, если площадь окон и дверей составляет $9 m^2$? Сколько рулонов обоев надо купить для этого, если в каждом рулоне $10 m^2$ обоев?

26. Стороны треугольника имеют длины, выраженные различными целыми числами. Определите длины других сторон, зная, что длина большей стороны равна 5.

$t = S : v$ $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$ $2x + 3y$
 $A = Pt$
 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{8}$ $+$

§ 11. Выручка, затраты, прибыль, убытки

11.1. Вычисление выручки, затрат, прибыли

Задача

За право торговать мороженым в театре Карабаса Барабаса Буратино платит 900 сольдо¹ в месяц. Каждую порцию мороженого он покупает на оптовом рынке по цене 9 сольдо и продаёт в театре по 15 сольдо.



- 1) Чему равна выручка Буратино, продавшего: а) 5; б) 12; с) 80 порций мороженого?
- 2) Чему равны затраты Буратино, если он в течение месяца купил: а) 25; б) 126; с) 280 порций мороженого?
- 3) Чему равна прибыль Буратино, если он в течение месяца купил на оптовом рынке и продал в театре: а) 225; б) 260; с) 380 порций мороженого?

Решение

1) Если Буратино продаст 5 порций мороженого по цене 15 сольдо, то он получит $15 \cdot 5 = 75$ сольдо; за 12 порций он получит $15 \cdot 12 = 180$ сольдо; за 80 порций – $15 \cdot 80 = 1200$ сольдо.

Эти величины: 75 сольдо; 180 сольдо; 1200 сольдо – называют **выручкой**.

|| Выручку определяют по формуле $R = p \cdot q$, где R – величина выручки, p – цена единицы товара, q – количество реализованного товара.

2) На покупку 25 порций мороженого Буратино затратил $9 \cdot 25 = 225$ сольдо. Кроме того, он отдал Карабасу Барабасу 900 сольдо. Таким образом, общие затраты Буратино за месяц равны $225 + 900 = 1125$ сольдо.

Если Буратино в течение месяца купил 126 порций мороженого, его общие затраты составили $9 \cdot 126 + 900 = 1134 + 900 = 2034$ сольдо; если 280 порций, то $9 \cdot 280 + 900 = 2520 + 900 = 3420$ сольдо.

|| Общие затраты TC определяют по формуле $TC = V \cdot q + F$, где $V \cdot q$ – переменные затраты, а F – постоянные затраты.

|| Постоянные затраты – это затраты, дающие возможность заниматься делом. (Для Буратино постоянные затраты – это 900 сольдо в месяц за право торговать мороженым в театре Карабаса Барабаса.)

¹ Сольдо – старинная итальянская монета.

Величина переменных затрат $V \cdot q$ определяется объёмом деятельности q и V – затратами на единицу товара. (В случае Буратино V – это 9 сольдо, за которые он покупает порцию мороженого на оптовом рынке.)

3) В случае, когда Буратино в течение месяца купил на оптовом рынке и продал в театре 225 порций мороженого, его выручка составила $15 \cdot 225 = 3375$ сольдо, общие затраты составят $9 \cdot 225 + 900 = 2025 + 900 = 2925$ сольдо.

Следовательно, прибыль Буратино составляет $3375 - 2925 = 450$ сольдо.

Прибыль Pf – это разность между выручкой и общими затратами: $Pf = R - TC$.

Если Буратино в течение месяца перепродал 260 порций мороженого, его прибыль составила $15 \cdot 260 - (9 \cdot 260 + 900) = 3900 - 3240 = 660$ сольдо; если 380 порций, то $15 \cdot 380 - (9 \cdot 380 + 900) = 5700 - 3240 = 1380$ сольдо.

295. Синдбад-мореход, который возит шоколад на остров Мыйанак, продаёт ящик шоколада за 11 дирхемов¹. Каждый ящик шоколада он покупает на материке за 6 дирхемов. Постоянные расходы на каждое плавание (зарплата моряков, еда, налоги султану...) составляют 108 дирхемов.

1) Чему равна выручка Синдбада-морехода, продавшего

а) 9; б) 12; с) 37 ящиков шоколада?

2) Чему равны общие затраты на плавание Синдбада-морехода, закупившего

а) 17; б) 24; с) 46 ящиков шоколада?

3) Чему равна прибыль Синдбада-морехода, продавшего на острове все привезённые с собой

а) 29; б) 32; с) 47 ящиков шоколада?



296. Фирма «Нурбек» решила продавать книгу сказок за 330 сомов. Подготовка книги к изданию (получение права на издание, редактирование, налоги, аренда...) составила 50 000 сомов. Расходы на печатание и продажу одной книги равны 80 сомов.

1) Чему равна выручка фирмы, продавшей

а) 590; б) 1200; с) 730 книг?

2) Чему равны общие затраты фирмы на печатание и продажу

а) 217; б) 524; с) 646 книг?

3) Чему равна прибыль фирмы, продавшей все напечатанные

а) 290; б) 320; с) 470 книг?

¹ Дирхэм – старинная арабская монета.

Примечание

При обозначении различных переменных, как правило, используются первые буквы соответствующих английских слов. Если вы уже изучаете английский язык, то вам будет проще, если ещё нет, то это не страшно, нужно просто запомнить.

Так, буква v , обозначающая скорость, – это первая буква слова *velocity*, t – первая буква слова *time* – время, R – *revenue* – выручка, p – *price* – цена, q – *quantity* – количество, TC – *total cost* – общие затраты, Pf – *profit* – прибыль.

$t = S : v$
 $2x + 3y$
 $CM = 10 \text{ мм}$
 $A = Pt$
 $1/3$
 $1/3$

11.2. Вычисление выручки, затрат, прибыли. Продолжение

Задача

В условиях задачи 11.1 Буратино удалось продать за месяц только 120 порций мороженого. Какова его прибыль в этой ситуации?

Решение

Если Буратино в течение месяца купил на оптовом рынке и продал в театре 120 порций мороженого, его выручка $= 15 \cdot 120 = 1800$ сольдо, затраты равны $9 \cdot 120 + 900 = 1080 + 900 = 1980$ сольдо.

Следовательно, прибыль Буратино $1800 - 1980 = \dots$

«Ой! А это не вычисляется!» – очень громко сказал Карабас Барабас, который очень хотел узнать прибыль Буратино.

Действительно, в этом случае уменьшаемое меньше, чем вычитаемое. Но, в отличие от Карабаса Барабаса, мы умеем выполнять такие действия.

Если уменьшаемое меньше, чем вычитаемое, то нужно переставить их местами и вычесть. Перед полученным результатом поставить знак «-».


В нашем случае: $1800 - 1980 = -(1980 - 1800) = -180$ сольдо.

Знак минус ставится перед отрицательными числами. Смысл этого знака в случае с Буратино вполне очевиден: полученные в результате минус 180 сольдо указывают на то, что в соответствующем месяце в результате торговли мороженым в театре Карабаса Барабаса Буратино потратил на 180 сольдо больше, чем получил. Другими словами, убытки Буратино составили 180 сольдо.



297. В условиях упражнения 295 определите, чему равна прибыль Синдбада-морехода, продавшего на острове все привезённые с собой

- a) 19; b) 13; c) 17 ящиков шоколада?

-  **298.** В условиях упражнения 296 определите, чему равна прибыль фирмы, продавшей все напечатанные
- а) 140; б) 180; с) 170 книг.

11.3. Определение количества по прибыли

Задача

Вернёмся ещё раз к задаче 11.1 и найдём ответы на следующие вопросы: сколько порций мороженого Буратино закупил и продал за месяц, если:

- а) он вернул затраченные деньги;
б) он получил прибыль, равную 54 сольдо;
с) его убытки составили 12 сольдо?

Решение

Обозначим буквой q количество порций мороженого.

Тогда выручка Буратино будет определяться выражением $15q$, затраты – выражением $9q + 900$.

Следовательно, прибыль, являющаяся разностью выручки и затрат, определяется выражением $15q - (9q + 900) = 15q - 9q - 900 = 6q - 900$.

а) Если Буратино только вернул свои деньги, то это означает, что его прибыль равна нулю. Поэтому $6q - 900 = 0$ и $q = 150$.

б) Если прибыль равна 54 сольдо, то $6q - 900 = 54$. Отсюда $6q = 954$, и $q = 159$.

Итак, купив за 9 сольдо и затем продав за 15 сольдо 159 порций мороженого, Буратино получил прибыль, равную 54 сольдо.

с) Убытки Буратино равны 12 сольдо – то есть прибыль отрицательна и равна 12. Поэтому $6q - 900 = -12$ и $q = 148$. Это означает, что, сумев перепродать только 148 порций мороженого, Буратино не сумел в полном объёме вернуть деньги, потраченные на право торговли.



299. Султан, во владениях которого работает Синдбад-мореход, повысил налоги. В результате постоянные расходы Синдбада-морехода на каждое плавание увеличились до 130 дирхемов. Остальные данные не изменились: каждый ящик шоколада он покупает на материке за 6 дирхемов и продаёт на острове Мыйанак за 11 дирхемов.

Сколько ящиков шоколада Синдбад-мореход закупил и продал во время очередного плавания, если:

- а) он вернул затраченные деньги;
б) он получил прибыль, равную 40 дирхемам;
с) его убытки составили 25 дирхемов?



300. Владелец помещения, в котором работает фирма «Нурбек», повысил арендную плату. В результате подготовка «Азбуки» к изданию (получение права на издание, редактирование, налоги, аренда...) обошлась в 60 000 сомов. Расходы на печатание и продажу одной книги равны 90 сомов, а цена книги – 350 сомов.

Сколько «Азбук» напечатала и продала фирма, если:

- а) она вернула затраченные деньги;
- б) она получила прибыль, равную 4800 сомам;
- в) её убытки составили 2400 сомов?

11.4. Связь между фиксированными и общими затратами

Задача

Карабас Барабас повысил плату за право торговать мороженым в своём театре. Чему она теперь равна, если общие затраты Буратино, покупающего за месяц на оптовом рынке 180 порций мороженого по цене 9 сольдо, составили

а) 2620 сольдо; б) 2745 сольдо; в) 2970 сольдо?



Решение

а) Обозначим через z плату за право торговать мороженым в театре. Тогда $9 \cdot 180 + z = 2620$ сольдо. Отсюда: $z = 2620 - 1620 = 1000$ сольдо.

Точно так же можно определить, что в случае б) плата за право торговать мороженым в театре равна 1125, а в случае в) она равна 1350 сольдо.

301. Султан в очередной раз повысил налоги. Чему равны теперь расходы на каждое плавание, если общие расходы Синдбада-морехода, закупившего 30 ящиков шоколада по цене 6 дирхемов, составили:

- а) 330 дирхемов; б) 342 дирхема; в) 374 дирхема?



302. Владелец помещения, в котором работает фирма «Нурбек», ещё раз повысил арендную плату. В результате теперь расходы на печатание и продажу одной книги равны 95 сомов, а общие расходы на подготовку к печати, печатание и продажу 200 книг равны:

- а) 81 000 сомов; б) 84 000 сомов; в) 87 000 сомов.

Сколько стоила подготовка книги к изданию?

11.5. Определение цены по прибыли

Задача

Плата за право торговать мороженым в цирке – 1200 сомов.

По какой цене продавал мороженое Джунус, если, продав 185 порций мороженого, купленного на оптовом рынке по цене 8 сомов, он получил прибыль а) 280 сомов; б) – 90 сомов.

Решение

Общие затраты Джунуса составили
 $8 \cdot 185 + 1200 = 1480 + 1200 = 2680$ сомов.

Поэтому, если обозначить цену буквой p , прибыль будет равна $185p - 2680$.

Тогда в случае а) $185p - 2680 = 280$. Прибавим к обеим частям уравнения 2680 и получим: $185p = 2960$. Отсюда $p = 16$ сомов.

Так же получим результат и в случае б): $185p - 2680 = -90$.

Прибавим к обеим частям уравнения 2680 и получим:

$$185p - 2680 + 2680 = -90 + 2680.$$

Тогда $185p = 2590$. Отсюда $p = 14$ сомов.



303. Джек Воробей на острове Арана продаёт стеклянные бусы по цене 12 дублонов¹. Постоянные расходы на каждое плавание (зарплата моряков, еда, налоги королю...) составляют 128 дублонов. По какой цене он купил стеклянные бусы на материке, если его прибыль от очередного плавания, во время которого он отвёз и продал 56 стеклянных бус, составила:

- а) 376 дублонов; б) 264 дублона; в) – 16 дублонов?



304. Фирма «Нурбек» решила продавать книгу за 270 сомов. Подготовка книги к изданию (получение права на издание, редактирование, налоги, аренда...) составила 58 200 сомов. Чему равны расходы на печатание и продажу одной книги, если прибыль фирмы, продавшей все напечатанные 300 книг, составила:

- а) 27 000 сомов; б) 32 400 сомов; в) – 4800 сомов?

11.6. Определение количества денег по затратам

Задача

Мелис планировал купить 15 кг лука, но ему не хватало 40 сомов. Тогда он купил 12 кг, и у него осталось 8 сомов. Сколько денег было у Мелиса?

Решение

Если килограмм лука стоит p сомов, то количество денег у Мелиса из 1-го условия: $15p - 40$, а из 2-го условия: $12p + 8$.

Из уравнения $15p - 40 = 12p + 8$ следует, что $3p = 48$, то есть 3 кг лука стоят 48 сомов. Следовательно, килограмм лука стоит $48 : 3 = 16$ сом./кг.


Отсюда получаем, что у Мелиса было $15 \cdot 16 - 40 = 200$ сомов.

Ответ можно проверить по 2-му условию:

$$12 \cdot 16 + 8 = 192 + 8 = 200 \text{ сомов.}$$

305. Ирина планировала купить 19 кг сахара, но ей не хватало 102 сомов. Тогда она купила 17 кг, и у неё осталось 14 сомов. Сколько денег было у Ирины?

¹ Дублón – старинная испанская монета.

-  **306.** Бахтияр хотел купить 9 шоколадок, но ему не хватало 32 сомов. Тогда он купил 4, и у него осталось 158 сомов. Сколько денег было у Бахтияра?

11.7. Определение размера сдачи

Задача


Галя купила 3 литра кумыса по цене 60 сомов/литр и 4 лепёшки по цене 12 сомов. Сколько сдачи она должна получить, отдав 500 сомов?

Решение

Галя совершила покупки на $3 \cdot 60 + 4 \cdot 12 = 228$ сомов. Поэтому сдача должна быть равна $500 - 228 = 272$ сома.



- 307.** Марина купила 9 кг муки, 3 литра кефира и отдала кассиру 1000 сомов. Сколько денег ей должны вернуть, если мука стоит 42 сом./кг, а кефир – 34 сома за литр?

-  **308.** Дайана купила 3 футболки по цене 340 сомов и 2 пары носков по цене 75 сомов. Сколько сдачи она должна получить, отдав 1500 сомов?

11.8. Определение цены части покупки

Задача

За 5 лепёшек и 2 килограмма сахара Салима заплатила 176 сомов. Какова цена лепёшки, если килограмм сахара стоит 68 сомов?


Решение

Обозначив цену лепёшки через p , получим уравнение:

$$5p + 2 \cdot 68 = 176.$$

В этом выражении $5p$ – это количество денег, которые Салима заплатила за лепёшки, $2 \cdot 68$ – за сахар. Вычтем из обеих частей уравнения $2 \cdot 68 = 136$ и получим: $5p = 40$. Отсюда $p = 8$. Итак, мы выяснили, что Салима купила лепёшки по 8 сомов.

- 309.** За 7 бананов и 3 килограмма апельсинов Сардар заплатил 360 сомов. Сколько стоил банан, если килограмм апельсинов стоил 85 сомов?

-  **310.** За 2 литра молока и 4 пачки творога Канчайым заплатила 278 сомов. Какова цена литра молока, если пачка творога стоит 52 сома?

11.9. Определение количества части покупки


Задача

За 7 лепёшек, 2 пачки чая и несколько килограммов муки Гульайым заплатила 244 сома. Сколько муки было куплено, если лепёшка стоит 10 сомов, пачка чая – 45 сомов, килограмм муки – 28 сомов?

Решение

Обозначив количество килограммов муки через q , получим уравнение: $7 \cdot 10 + 2 \cdot 45 + 28q = 244$. Отсюда $70 + 90 + 28q = 244$. Тогда $28q = 84$. Следовательно, $q = 3$ кг муки было куплено.

311. Джаркынай купила 5 кг картошки и несколько бутылок растительного масла. Сколько масла было куплено, если килограмм картошки стоит 16 сомов, бутылка масла – 85 сомов, всего было заплачено 250 сомов?

 **312.** За 8 булочек, 2 литра кефира и несколько килограммов фасоли Мунара заплатила 199 сомов. Сколько фасоли было куплено, если булочка стоит 6 сомов, литр кефира – 35 сомов, килограмм фасоли – 27 сомов?

11.10. Определение части общей прибыли

Задача

Мээрим, Улан и Вадим продают компьютеры. По итогам сентября их общая прибыль составила 18 215 сомов. При этом прибыль Мээрим в два раза больше, чем прибыль Вадима, а прибыль Улана на 7313 сомов меньше, чем прибыль Вадима. Какова прибыль Улана?

Решение


Обозначим через v прибыль Вадима, тогда прибыль Мээрим равна $2v$, а прибыль Улана $v - 7313$.

Так как общая прибыль 18 215 сомов, получается уравнение: $v + 2v + (v - 7313) = 18\,215$. Раскроем скобки и приведём подобные члены: $4v - 7313 = 18\,215$. Отсюда $4v = 25\,528$, и затем $v = 6382$.

Итак, прибыль Вадима составила 6382 сома, а прибыль Улана: $v - 7313 = 6382 - 7313 = -931$ сом.

Отрицательный ответ означает, что сентябрь оказался неудачным для Улана: он понёс убытки.

313. Павел, Бегайым и Жанна в октябре получили прибыль 8214 сомов, причём Павел получил на 2019 сомов больше, чем Бегайым, а Жанна – на 2310 сомов меньше, чем Бегайым. Какую прибыль получил Павел?

 **314.** поголовье овец в стадах у Адилета, Карлыгаш и Аскара за год увеличилось на 510 овец, причём у Аскара в 4 раза больше, чем у Карлыгаш, а у Адилета на 162 овцы меньше, чем у Карлыгаш. На сколько овец выросли стада Карлыгаш и Адилета?



$t = S : v$ $2x + 3y$
 $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$
 $A = Pt$

1. Дуремар торгует пиявками в Стране Дураков и продаёт каждую за 9 сольдо. За право выловить одну пиявку в болоте он платит 5 сольдо, а за право торговать пиявками в течение месяца – 200 сольдо.
 - 1) Чему равна выручка Дуремара, продавшего в течение месяца
а) 19; б) 27; в) 87 пиявок?
 - 2) Чему равны общие затраты Дуремара, продавшего в течение месяца
а) 37; б) 54; в) 68 пиявок?
 - 3) Чему равна прибыль Дуремара, продавшего в течение месяца
а) 59; б) 62; в) 77 пиявок?
2. Нуждаясь в деньгах для проведения очередного праздника, власти Страны Дураков увеличили плату за право торговать пиявками в течение месяца до 260 сольдо. Сколько пиявок за месяц продал Дуремар, если а) он вернул затраченные деньги; б) он получил прибыль, равную 24 сольдо; в) его убытки составили 12 сольдо?
3. Решив провести ещё один праздник, власти Страны Дураков снова увеличили плату за право торговать пиявками. Чему она теперь равна, если общие расходы Дуремара, продавшего 70 пиявок, за каждую из которых он платит 5 сольдо, составили: а) 650 сольдо; б) 712 сольдо; в) 743 сольдо?
4. Лиса продаёт сыр по цене 120 рублей за кусочек. За право торговать она платит 400 рублей, а каждый кусочек покупает у Вороны. По какой цене Лиса купила сыр, если её прибыль от продажи 16 кусочков составила: а) 32 рубля; б) 288 рублей; в) – 16 рублей?
5. Саша купила 2 кг картофеля по цене 18 сом./кг и 3 кг моркови по цене 12 сом./кг. Сколько она заплатила?
6. Маша купила 2 кг пряников по цене 82 сом./кг, 4 кг карамели по цене 185 сом./кг и 3 кг печенья по цене 91 сом./кг. Сколько она заплатила?
7. За 3 шоколадки и 2 пачки вафель Серик заплатил 176 сомов. Какова цена шоколадки, если пачка вафель стоит 25 сомов?
8. За 12 тетрадей и 6 блокнотов Зарема заплатила 138 сомов. Какова цена блокнота, если тетрадь стоит 3 сома?
9. За жвачку и несколько шариков Джантемир заплатил 77 сомов. Сколько шариков он купил, если жвачка стоит 17 сомов, а шарик – 12 сомов?
10. За 8 тетрадей, 5 блокнотов и несколько ручек Шаршен заплатил 144 сома. Сколько ручек он купил, если цена блокнота 17 сомов, тетрадь стоит 3 сома, ручка – 5 сомов?
11. Коля, Женя и Ира в сентябре получили прибыль 9540 сомов, причём Коля в три раза меньше Иры, а Женя на 3010 сомов меньше, чем Коля. Какую прибыль получил Женя, какую – Ира?

§ 12. Задачи на составление уравнений (2). Отношение. Доли. Масштаб

12.1. Время погони

Задача



Собака погналась за лисицей, находящейся от неё на расстоянии 120 метров. Через сколько времени собака догонит лисицу, если лисица пробегает 320 метров в минуту, а собака – 350 метров?

Решение


За время t собака пробежит $350t$ метров, а лиса – $320t$ метров. Для того чтобы догнать лисицу, собака должна пробежать на 120 м больше.

Следовательно, $350t - 320t = 120$.

Отсюда: $30t = 120$ и $t = 4$.

Итак, собака догонит лисицу через 4 минуты.

315. Собака усмотрела в 360 метрах зайца, который пробегает за 2 минуты 1060 метров. Спрашивается, за какое время догонит зайца собака, пробегающая за 5 минут 2770 метров?

 **316.** Сайкал вышла из дома и пошла на работу со скоростью 70 м/мин . Через 7 минут следом за ней пошёл Асан. Через сколько минут он догонит Сайкал, если идёт со скоростью 84 м/мин ?

12.2. Определение точки перелома

Задача



Два туриста вышли навстречу друг другу: Нара из Бишкека со средней скоростью 2 км/час , Биша из Нарына со средней скоростью 3 км/час . Кто из них будет ближе к Бишкеку через:


- | | | |
|--------|---------|------------|
| a) 4; | e) 92; | i) 72; |
| b) 84; | f) 68; | j) 53; |
| c) 32; | g) 108; | k) 44 часа |
| d) 48; | h) 21; | |

после начала путешествия, если расстояние между Бишкеком и Нарыном – 340 км ?

Решение

Конечно, можно мужественно делать вычисления, относящиеся к каждому пункту задачи, и отвечать на поставленный вопрос. Но лучше и быстрее поступить по-другому: пусть t – время встречи туристов. Тогда $2t + 3t = 340$. Отсюда $t = 68$. Итак, Биша и Нара встретятся через 68 часов. Понятно, что до этого момента Нара будет ближе к Бишкеку; после встречи к Бишкеку будет ближе Биша.

317. Сания вышла из дома и пошла на встречу с Софией со скоростью 70 м/мин . Через 2 минуты навстречу ей вышла София со скоростью 64 м/мин . Сколько минут до встречи будет идти Сания, если в начале расстояние между ними было равно 1078 метров?

 **318.** Из двух точек, расстояние между которыми 2400 метров, навстречу друг другу вышли Аскар и Шааркан. Через сколько минут они встретятся, если Аскар идёт со скоростью 84 м/мин , Шааркан – со скоростью 76 м/мин ?

12.3. Соотношение скоростей


Задача

Скорость собаки на 15 км/час , или в четыре раза, больше скорости её хозяина. Чему равна скорость собаки?

Решение

Обозначив через v скорость хозяина, получим уравнение: $v + 15 = 4v$. Перенесём v в правую часть и получим: $15 = 3v$. Полученное уравнение разделим на три: $v = 5$. Итак, мы определили, что скорость хозяина – 5 км/час . Тогда скорость собаки равна 20 км/час .

319. Скорость кролика на 36 км/час , или в десять раз, больше скорости мыши. Чему равна скорость кролика?

 **320.** Скорость мотоциклиста на 72 км/час , или в семь раз, больше скорости велосипедиста. Чему равна скорость мотоциклиста?

12.4. Точка перелома. Продолжение

Задача

У Дайаны 52 тетради в клетку и 40 в линейку. Ежемесячно она тратит 7 тетрадей в клетку и 4 в линейку. Через сколько месяцев у Дайаны будет одинаковое количество тетрадей в клетку и в линейку?

Решение


Обозначив через t искомое количество месяцев, получим, что через t месяцев останется $52 - 7t$ тетрадей в клетку и $40 - 4t$ тетрадей в линейку.

Поэтому $52 - 7t = 40 - 4t$. Перенесём $4t$ вправо, 53 влево и получим, что $4t - 7t = 40 - 52$. Следовательно, $-3t = -12$. Разделим уравнение на -3 и получим, что $t = 4$.

Итак, через 4 месяца у Дайаны останется одинаковое количество тетрадей в клетку и в линейку.

Легко определить, что останется по $52 - 7 \cdot 4 = 40 - 4 \cdot 4 = 24$ тетради.

321. У Мальчиша-Плохиша было 27 груш и 32 персика. Не желая делиться с окружающими, он их спрятал и ежедневно съедал по 3 груши и 4 персика. Но через несколько дней обнаружил, что все оставшиеся фрукты сгнили. Сколько груш и персиков сгнило, если известно, что их в этот момент было одинаковое количество?

 **322.** Вася должен изготовить 67 деталей, Федя – 83. Через некоторое время выяснилось, что Вася должен изготовить на 6 деталей больше. Когда это произошло, если известно, что Вася производит 5 деталей в час, Федя – 7 деталей?

12.5. Ещё раз о точке перелома

Задача

В бассейне M 200 литров воды, в бассейне H – 1509 литров. В бассейн M поступает 12 литров воды в минуту, из бассейна H вытекает 5 литров воды в минуту. В каком бассейне будет больше воды через:

- a) 4; c) 32; e) 92; g) 108; i) 72; k) 44 минуты?
b) 84; d) 48; f) 68; h) 21; j) 53;


Решение

Мы надеемся, что вы уже *знаёте* задачи. Поэтому не будем предлагать делать вычисления, относящиеся к каждому пункту задачи, а сразу определим «точку перелома».

Пусть t – время, через которое в бассейнах будет одинаковое количество воды. Тогда $200 + 12t = 1509 - 5t$.

Поэтому $17t = 1309$ и $t = 77$. Отсюда ответ: до 77 минуты воды будет больше в бассейне M , после 77 минуты – в бассейне H .

323. На складе A 706 кг сахара, на складе B – 50 кг. Каждый час со склада A увозят 47 кг сахара, на склад B привозят 35 кг. Через сколько часов на складах будет одинаковое количество сахара?

 **324.** У Оксаны 4000 сомов, у Мартина – 50 000 сомов. Количество сомов у Оксаны ежемесячно увеличивается на 1500, у Мартина уменьшается на 750. Через сколько месяцев у Оксаны будет на 1250 сомов больше?

12.6. Изменения температуры

Задача

Айхан однажды написал Павлу: «У нас жарко. Если показание термометра умножить на два и прибавить к результату 30° , то получится температура, при которой вода превращается в пар». Павел ответил: «Удивительно! Если то же самое проделать с показателем нашего термометра, то получится температура, при которой лёд превращается в воду». Определите, какой была температура воздуха у Айхана и Павла и найдите их разность.

Решение

Вода закипает – превращается в пар – при температуре 100° .
Лёд превращается в воду, и наоборот, вода превращается в лёд при температуре 0° .


Воспользовавшись этими сведениями и обозначив температуру воздуха у Айхана через t_a , у Павла – через t_n , получим уравнения: $2t_a + 30^\circ = 100^\circ$ и $2t_n + 30^\circ = 0^\circ$.

Из 1-го уравнения получим, что $t_a = 35^\circ$, из 2-го – что $t_n = -15^\circ$.

Отсюда следует, что разность температур в местах жительства Айхана и Павла равна $35^\circ - (-15^\circ) = 50^\circ$.

325. Самые морозоустойчивые люди, наверное, живут в Якутии. Определите, до сколько градусов опускается там температура зимой, зная, что если бы она уменьшилась ещё на 204° , то достигла бы абсолютного минимума?

Абсолютный минимум температур равен минус 273° – это температура, при которой на Земле замерзает всё!

 **326.** Юля умножила показатель термометра на 2 и, прибавив к результату 21° , получила минус 3° . Какой была температура в этот момент?

12.7. Результаты теста

Задача

1. На экзамене за каждый правильный ответ дают 3 балла, за неправильный ответ отнимают 2 балла. Незнайка отвечал на 23 вопроса и получил 6 баллов. Сколько правильных ответов дал Незнайка?

2. В следующий раз Незнайка сказал, что отвечал на 22 вопроса и получил 50 баллов. Сколько правильных ответов дал Незнайка?



Решение

1. Как правило, мы обозначаем неизвестную величину буквой x . Но это совсем не обязательно. Для обозначений можно использовать любые буквы. Давайте обозначим буквой a число правильных ответов. Тогда число неправильных ответов $23 - a$, а уравнение $3a - 2(23 - a) = -6$.

Раскроем скобки: $3a - 46 + 2a = -6$, приведём подобные члены и получим $5a = 40$. Отсюда следует, что Незнайка дал правильные ответы только в 8 случаях и ошибся в $23 - 8 = 15$ случаях.

2. Обозначим буквой a число правильных ответов. Тогда число неправильных ответов $22 - a$, а уравнение $3a - 2(22 - a) = 50$.

Раскроем скобки: $3a - 44 + 2a = 50$, приведём подобные члены и получим $5a = 94$. Но это уравнение не имеет решения в целых числах, а величина a – число правильных ответов – обязана быть целым числом.

Поэтому делаем вывод: Незнайка опять что-то напутал, и задача с такими условиями решения не имеет.

327. На экзамене за каждый правильный ответ дают 3 балла, за неправильный отнимают 2 балла. Знайка отвечал на 25 вопросов и получил 55 баллов. Сколько правильных ответов дал Знайка?

328. На экзамене за каждый правильный ответ дают a баллов, за неправильный ответ отнимают 1 балл. Ученик отвечал на 25 вопросов и дал 4 правильных ответа. Чему равно a , если ученик получил -5 баллов?



329. На экзамене за каждый правильный ответ дают 5 баллов, за неправильный отнимают 3 балла. Незнайка отвечал на 20 вопросов и получил 12 баллов. Сколько правильных ответов дал Незнайка?



330. На экзамене за каждый правильный ответ дают 8 баллов, за неправильный ответ отнимают b баллов. Ученица отвечала на 50 вопросов и дала 18 правильных ответов. Чему равно b , если ученица получила 16 баллов?

12.8. Определение части целого

Задача

У Сапарбека имеются индюки, куры и овцы. При этом кур в два раза больше, чем индюков, а овец на 13 больше, чем кур. Всего насчитано 122 ноги. Сколько кур у Сапарбека?

Решение


Обозначив количество индюков через x , получим, что количество кур равно $2x$, а овец будет $2x + 13$. Приняв во внимание, что у кур и индюков по 2 ноги, а у овец по 4, получим уравнение:

$$2 \cdot x + 2 \cdot 2x + 4(2x + 13) = 122.$$

Раскрыв скобки $2x + 4x + 8x + 52 = 122$ и приведя подобные члены, получим $14x = 70$. Отсюда $x = 5$.

Мы получили, что у Сапарбека 5 индюков и, соответственно, 10 кур.

331. У Шамиля на дворе имеются козы, куры и овцы. При этом кур столько же, сколько овец, а коз на 5 меньше. Всего насчитано 80 ног. Сколько коз у Шамиля?

 **332.** Асан изготовил столы, стулья и трёхногие табуретки. Стульев было изготовлено в 6 раз больше, чем столов, и на 10 больше, чем табуреток. Сколько изготовлено стульев, столов и табуреток, если использовано 200 ножек?

12.9. Определение части целого. Продолжение

Задача

На вопрос о том, сколько у них альчиков, Акбар ответил, что у него на 35 больше, чем у Максата, и на 37 меньше, чем у Элдоса, а всего у них троих 101 альчик. Сколько альчиков у Акбара?



Решение

Обозначим через x количество альчиков у Акбара. Тогда $x + 37$ – количество альчиков у Элдоса, $x - 35$ – количество альчиков у Максата. Воспользовавшись этими обозначениями, из текста задачи имеем уравнение:

$$x + (x + 37) + (x - 35) = 101.$$

Раскроем скобки и приведём подобные члены: $3x + 2 = 101$.


Поэтому $3x = 99$, и затем $x = 33$.

Итак, мы узнали, что у Акбара 33 альчика.

Вроде бы всё хорошо – решение задачи закончено.

Но если мы определим количество альчиков у остальных мальчиков, то получим, что у Элдоса $33 + 37 = 70$ альчиков, а у Максата $33 - 35 = -2$ альчика. Этого – отрицательного количества альчиков – конечно же, быть не может. Отсюда можно сделать вывод: Акбар дал неправильную информацию, и поэтому задача решения не имеет.

333. Кристина сказала, что она, Каным и Дженгис вместе съели 37 конфет. При этом Каным съела на 17 конфет меньше, чем Кристина, и на 13 конфет больше, чем Дженгис. Сколько конфет съела Каным?

 **334.** Староста группы Никита подсчитал, что в течение первой четверти Намазбай, Курванджан и Николай получили 53 замечания от учителей. Сколько замечаний получил Николай, если он получил в три раза меньше замечаний, чем Намазбай, и на 17 замечаний больше, чем Курванджан?

12.10. Скорость по течению и против

Задача

За 7 часов по течению реки пароход проходит тот же путь, что за 11 часов против течения. Какова собственная скорость парохода, если скорость течения реки 2 км/час?

Решение

Обозначим через v собственную скорость парохода. Тогда скорость парохода по течению реки составит $v + 2$, а против течения $v - 2$.

Так как по течению и против течения пароход проходит одинаковое расстояние, имеем уравнение: $7(v + 2) = 11(v - 2)$. Раскроем скобки: $7v + 14 = 11v - 22$, приведём подобные члены: $-4v = -36$ и, разделив на -4 , получим $v = 9$.

Итак, собственная скорость парохода равна 9 км/час.

Правильность решения можно проверить, вычислив расстояние, пройденное по течению: $7(9 + 2) = 77$ км и против течения: $11(9 - 2) = 77$ км.

335. По шоссе с одинаковой скоростью идут две автомашины. Если первая автомашина увеличит скорость на 10 км/час, а вторая уменьшит на 20 км/час, то первая за 4 часа пройдёт столько же, сколько вторая за 6 часов. С какой скоростью двигаются автомашины?



336. За 4 часа по течению реки пароход проходит тот же путь, что за 7 часов против течения. Какова скорость течения реки, если собственная скорость парохода 11 км/час?

12.11. Определение частей целого по изменениям

Задача

В хоровой кружок записались в два раза больше учеников, чем в танцевальный кружок. К концу года из хорового кружка ушли шесть учеников, а из танцевального – двое. Сколько учеников осталось в каждом кружке, если их в хоровом кружке на 7 больше, чем в танцевальном кружке?

Решение

Обозначим через x количество учеников, записавшихся в танцевальный кружок. Тогда количество учеников, записавшихся в хоровой кружок, равно $2x$.




К концу года имеет место уравнение $2x - 6 - (x - 2) = 7$. Раскроем скобки: $2x - 6 - x + 2 = 7$, приведём подобные члены: $x - 4 = 7$ и получим $x = 11$.

Мы получили, что в танцевальный кружок записались 11 учеников; в хоровой кружок $2 \cdot 11 = 22$ ученика.

К концу года в хоровом кружке остались $22 - 6 = 16$ учеников; в танцевальном $11 - 2 = 9$ учеников.

337. На субботнике число учеников, подметающих территорию, было в четыре раза меньше числа учеников, мывших окна. После того как 6 мойщиков забрали на другие работы, а 12 перевели в подметальщики, число мойщиков и подметальщиков стало одинаковым. Сколько учеников подметали территорию вначале?

 **338.** В начале учебного года в 5 «А» классе число хорошистов было в два раза меньше числа троечников. К концу года 2 хорошиста стали отличниками, а 4 троечника стали хорошистами. В итоге число хорошистов стало равно числу троечников. Сколько троечников было в начале года?

12.12. Влияние изменения скорости

Задача

Штирлиц едет на встречу со своим агентом. Если он будет ехать со скоростью 90 км/час , то приедет на место на 1 час раньше намеченного срока, если же со скоростью 60 км/час , то приедет на место на 1 час позже намеченного срока. И тот, и другой варианты нежелательны, так как длительное пребывание на этом месте увеличивает вероятность провала. С какой скоростью должен ехать Штирлиц, для того чтобы приехать точно в срок?

Решение

Обозначив через t время до намеченного срока, получим, что расстояние до места встречи можно записать как $90(t - 1)$, так и $60(t + 1)$.

Поэтому $90(t - 1) = 60(t + 1)$. Раскрываем скобки: $90t - 90 = 60t + 60$, приводим подобные члены: $30t = 150$ и получаем, что $t = 5$ часов.

Следовательно, до места встречи $90(5 - 1) = 360 \text{ км}$. Это расстояние можно найти и из второго условия: $60(5 + 1) = 360 \text{ км}$. Теперь осталось разделить расстояние на время и получить искомую скорость: $360 : 5 = 72 \text{ км/час}$.

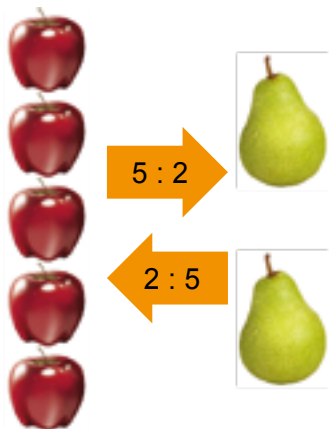
339. Руслан идёт на свидание. Если он будет идти со скоростью 85 м/мин , то придёт на место на 10 минут раньше намеченного срока, если же со скоростью 50 м/мин , то опоздает на 18 минут. С какой скоростью должен идти Руслан, чтобы прийти точно в срок?



340. Рита едет на встречу с подругой. Если она будет ехать со скоростью 180 м/мин , то прибудет на место на 15 минут раньше намеченного срока, если же со скоростью 162 м/мин , то на 10 минут раньше намеченного срока. С какой скоростью должна ехать Рита, чтобы приехать точно в срок?

12.13. Отношение. Деление на две части

Отношение в математике (соотношение, доля) – это взаимосвязь между двумя числами одного рода (предметами, действиями, явлениями, свойствами (признаками), понятиями, объектами, например, школьниками, чайными ложками, единицами чего-либо одинаковой размерности), обычно выражаемое как « a к b » или $a : b$, а иногда выражаемое арифметически как безразмерное отношение (результат деления) двух чисел, непосредственно отображающее, сколько раз первое число содержит второе (не обязательно целое). При этом отношение $\frac{a}{a+b}$ показывает долю первого числа в общем количестве.



Проще говоря, соотношение показывает для каждого количества чего-то одного сколько есть чего-то другого. Например, если в вазе для фруктов есть 15 яблок и 6 груш, соотношение яблок и груш составит $5 : 2$ (что эквивалентно $15 : 6$), а соотношение груш и яблок составит $2 : 5$. Кроме того, количество яблок относительно общего количества фруктов составит $5 : 7$ (что эквивалентно $15 : 21$). Соотношение $5 : 7$ можно преобразовать в дробь $\frac{5}{7}$, показывающую, какую долю от общего числа фруктов составляют яблоки.

Задача

Эльмира за две четверти получила 165 пятёрок. Сколько пятёрок было получено в каждой четверти, если эти числа находятся в отношении $7 : 8$?

Решение

Условия задачи нужно понимать следующим образом. Все пятёрки поделены на $7 + 8 = 15$ равных частей.

Если через x обозначить число пятёрок, соответствующее одной части, то в первой четверти их было получено $7x$, во второй – $8x$, а общее число пятёрок будет равно $7x + 8x$. Следовательно, имеет место уравнение $7x + 8x = 165$.

Отсюда $15x = 165$, и поэтому $x = \frac{165}{15} = 11$.

Итак, выяснилось, что в первой четверти было получено: $7x = 7 \cdot 11 = 77$ пятёрок, а во второй четверти $8x = 8 \cdot 11 = 88$ пятёрок.

341. Эсен определил, что в двух ящиках имеется 488 яблок, при этом числа яблок в ящиках находятся в отношении $29 : 32$. Сколько яблок в каждом ящике?

342. У Эльдара 147 альчиков в двух мешочках. Сколько альчиков в каждом мешочке, если числа альчиков в мешочках находятся в отношении $9 : 12$?

12.14. Доли. Деление на три части

Задача

Саадат, Батма и Надя нашли клад, в котором было 4082 монет, и поделили в отношении $8 : 7 : 11$. Сколько монет досталось Батме?

Решение

Согласно сказанному при решении предыдущей задачи, имеет место уравнение $8x + 7x + 11x = 4082$. Выполнив сложение в левой части уравнения, получим $26x = 4082$. Отсюда $x = \frac{4082}{26} = 157$. Следовательно, доля Батмы составила: $7x = 7 \cdot 157 = 1099$ монет.

343. Стороны треугольника находятся в отношении $5 : 4 : 3$, периметр треугольника 132 сантиметра. Чему равна самая короткая сторона треугольника (в см)?

344. Таризель, Айдын и Гульбара поделили 288 цыплят в отношении $7 : 8 : 3$. Сколько цыплят досталось Айдыну?

12.15. Масштаб

Масштабом называют отношение размера изображения к размеру изображаемого объекта.

Человек не в состоянии изобразить большие объекты, например дом, в натуральную величину, поэтому при изображении большого объекта в рисунке, чертеже или макете величину объекта уменьшают в несколько раз: в два, пять, десять, сто, тысячу и так далее.

Численный масштаб – $1 : 10\,000$

Именованный (пояснительный) масштаб – в 1 см 100 м

Линейный масштаб –



$VI + IV = X$
 $P = 2(a + b)$ $14x = -42$

Число, показывающее, во сколько раз уменьшен изображённый объект, есть масштаб. Масштаб применяется и при изображении микромира. Человек не может изобразить живую клетку, которую рассматривает в микроскоп, в натуральную величину и поэтому увеличивает величину её изображения в несколько тысяч раз. Число, показывающее, во сколько раз произведено увеличение или уменьшение реального явления при его изображении, определено как масштаб.

Масштаб показывает, во сколько раз каждая линия, нанесённая на карту или чертёж, меньше или больше её действительных размеров. Масштабы на картах и планах могут быть численными или именованными.

Численный масштаб записывают в виде отношения.

Например, 1:100 000 означает, что 1 см на карте соответствует 100 000 см = 1 000 м = 1 км на местности.

Именованный масштаб показывает, какое расстояние на местности соответствует 1 см на плане. Записывается, например: «В 1 сантиметре 10 километров» или «1 см = 10 км».

Задача

На карте Кыргызской Республики с масштабом 1:1 000 000 расстояние между городами Исфана и Ош равно 28,8 см. Чему равно реальное расстояние между этими городами (в км)?

Решение

Масштаб 1:1 000 000 означает, что одному сантиметру на карте соответствуют 1 000 000 реальных сантиметров. Это 10 000 реальных метров = 10 реальных километров.

Следовательно, между городами Исфана и Ош 288 км.

345. Длина насекомого на рисунке 4,2 см. Чему равна реальная длина этого насекомого, если рисунок выполнен в масштабе 50:1.



346. На карте Кыргызской Республики с масштабом 1:1 000 000 расстояние между сёлами Кочкор и Ак-Суу (Теплоключенка) равно 23 см. Чему равно реальное расстояние между этими сёлами (в км)?



347. Определите по карте расстояние от вашего населённого пункта до ближайшего районного, областного центра.



1. Аскар, Кубан и Нурсултан пробежали 90 км от Балыкчы до Чолпон-Аты. При этом каждый из них бежал по 2 часа, скорость Кубана была на 4 км/час больше, чем скорость Аскара, а скорость Нурсултана – на 2 км/час меньше, чем скорость Кубана. Сколько км пробежал каждый?
2. Буратино бежит со скоростью 83 м/мин, за ним гонится Карабас Барабас. С какой скоростью должен бежать Карабас Барабас, чтобы догнать Буратино за 3 минуты, если в начальный момент расстояние между ними составляло 51 м?
3. Чинара едет со скоростью 58 км/час. Через 2 часа следом за ней выехал Азат. Догонит ли он Чинару за 4 часа, если едет со скоростью
- a) 74; c) 92; e) 97; g) 98; i) 102; k) 85 км/час?
b) 84; d) 78; f) 88; h) 71; j) 113;
4. Вадим и Лёня идут навстречу друг другу. Через сколько минут они встретятся, если скорость Вадима 65 м/мин, скорость Лёни на 10 м/мин больше, а расстояние между ними равно 420 м?
5. Мушкетёры отправились из Парижа в Лондон за подвесками королевы со скоростью 250 м/мин. Через 10 минут вдогонку за ними со скоростью 270 м/мин поскакали гвардейцы кардинала. На каком расстоянии от Парижа произошла стычка между мушкетёрами и гвардейцами?
6. Расстояние от Парижа до замка кардинала Ришелье 216 км. Миледи направилась из Парижа в замок со скоростью 24 км/час. Через 2 часа в погоню за ней со скоростью 30 км/час бросились мушкетёры. Успела ли миледи доехать до замка?
7. На экзамене за каждый правильный ответ дают 5 баллов, за неправильный ответ отнимают 3 балла. Ученик дал 7 правильных ответов и получил 4 балла. На сколько вопросов отвечал ученик?
8. На экзамене за каждый правильный ответ дают 7 баллов, за неправильный отнимают 3 балла. Незнайка сказал, что отвечал на 17 вопросов и получил 125 баллов. Сколько правильных ответов дал Незнайка?
9. На экзамене за каждый правильный ответ дают 3 балла, за неправильный отнимают 1 балл. Незнайка сказал, что отвечал на 20 вопросов и получил 14 баллов. Сколько правильных ответов дал Незнайка?
10. На экзамене за каждый правильный ответ дают 7 баллов, за неправильный ответ отнимают 3 балла. Незнайка сказал, что дал 7 правильных ответов и получил 4 балла. На сколько вопросов отвечал Незнайка?

$V + IV = X$
 $P = 2(a + b)$ $14x = -42$

11. Дорожники должны отремонтировать дорогу Бишкек – Кемин. Если они будут ежедневно ремонтировать 500 метров дороги, то превысят норму на 28 дней. Если же они будут ежедневно ремонтировать 700 метров дороги, то закончат работу на 20 дней раньше срока. Сколько всего метров дороги должны отремонтировать дорожники?

12. Аджара, Бектен и Султан за 20 минут налепили 320 пельменей. При этом Бектен за минуту лепил на один пельмень больше, чем Султан, и на два пельменя меньше Аджары. Сколько пельменей слепил каждый?

13. Аселя прочитывает 44 страницы книги в час. Бакыт читает такую же книгу. Кто прочитал больше страниц, если Аселя читала 13 часов, а Бакыт читал 11 часов со скоростью

- a) 47; c) 48; e) 57; g) 58; i) 52; k) 65 страниц в час?
b) 54; d) 68; f) 46; h) 67; j) 63;

14. В двух мешках было по 40 кг муки. После того как из первого мешка взяли в три раза больше муки, чем из второго, муки в нём осталось в два раза меньше, чем во втором. Сколько муки осталось в каждом мешке?

15. В двух кассах стадиона продали 5934 билета. Сколько билетов было продано в каждой кассе, если количество проданных билетов находится в отношении 9 : 14?

16. Длины сторон прямоугольника находятся в отношении 8 : 17, периметр равен 250 сантиметров. Чему равна площадь прямоугольника?

17. У Бакаса три отары овец, в которых всего 1846 овец. Сколько овец в третьей отаре, если число овец в отарах находится в отношении 11 : 6 : 9?

18. На карте Кыргызской Республики с масштабом 1:1 000 000 расстояние между городами Талас и Узген равно 21,2 см. Чему равно реальное расстояние между этими городами (в км)?

19. Длина насекомого на рисунке 5,6 см. Чему равна реальная длина этого насекомого, если рисунок выполнен в масштабе 250:1.